

# ベイズの公式

$$P(H|D) = \frac{P(D|H)P(H)}{P(D)}$$

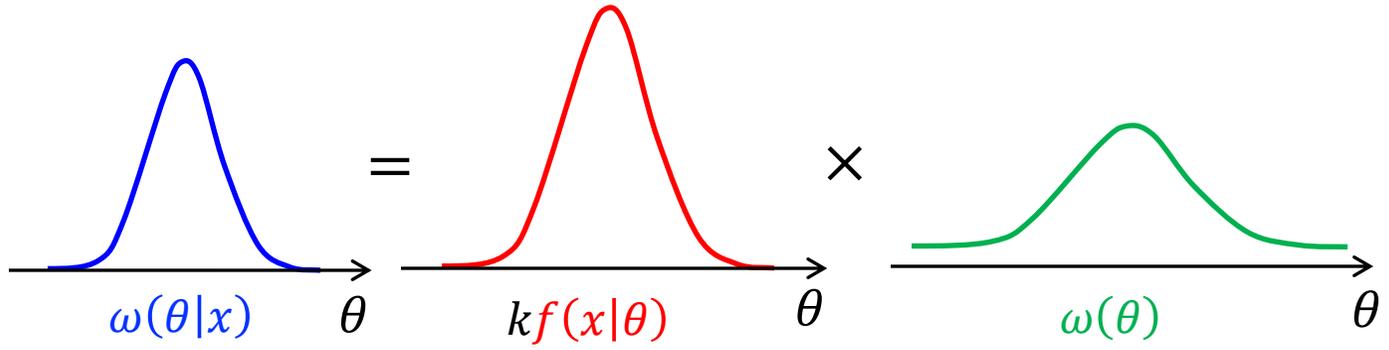
事後確率      尤度      事前確率

$$\omega(\theta|x) = k f(x|\theta) \omega(\theta)$$

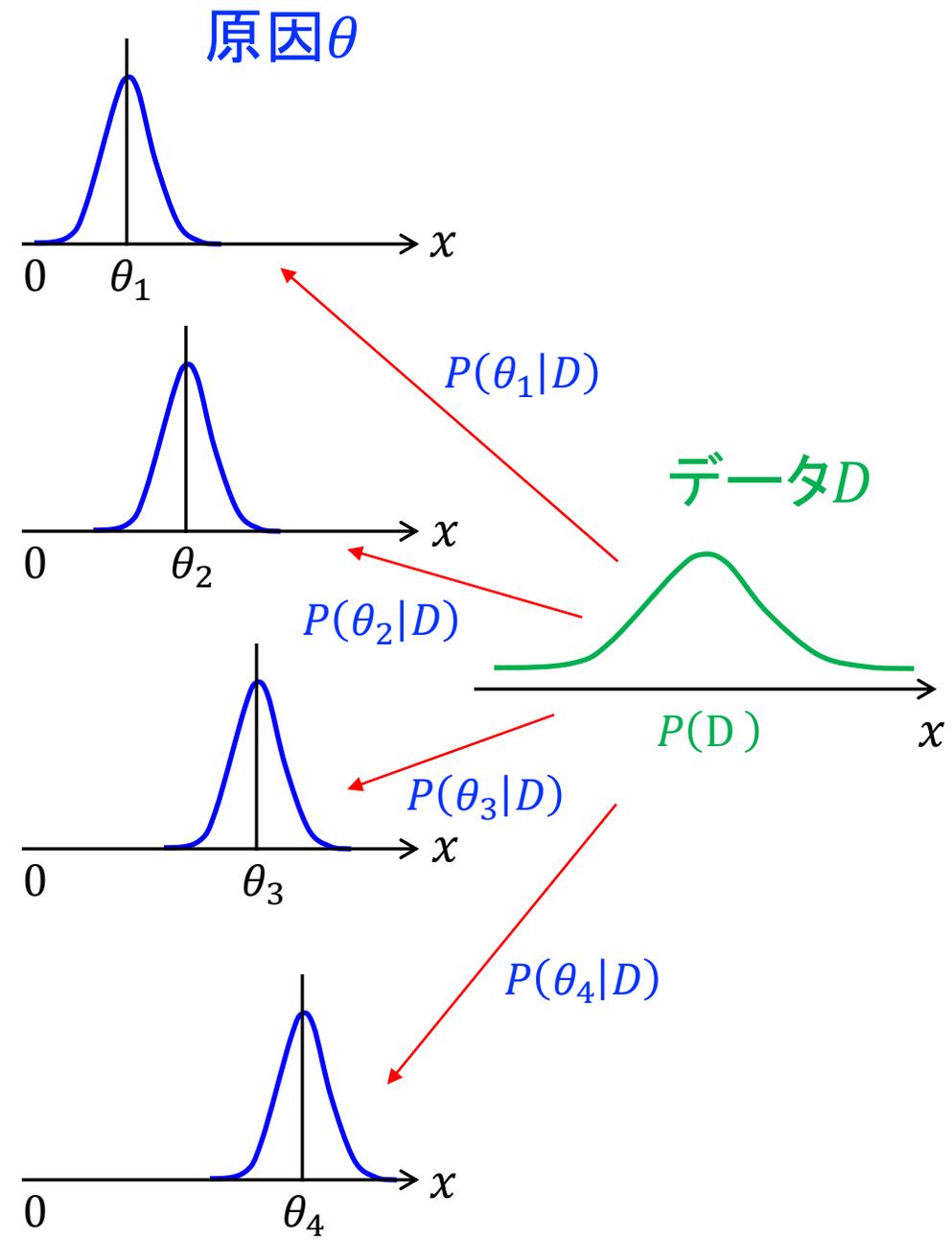
データ $x$ が母数 $\theta$ の確率分布から得られた確率

母数 $\theta$ の確率分布のもとで、データ $x$ が得られる確率

データ $x$ を得る前の母数 $\theta$ の確率



データ $D$ を $x$ 、原因 $H$ を $\theta$ に読み替える



製造される内容量200mLの清涼飲料水のペットボトルの内容量 $x$ は正規分布に従い、分散は1である。3本サンプリングしたところ、201、202及び203mLであった。この工場で製造のペットボトルの内容量 $x$ の平均値 $\theta$ の確率分布を求めよ

$$\text{正規分布なので、 } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}$$

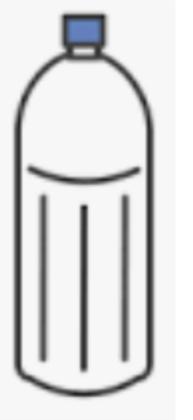
尤度  $f(x/\theta)$  は、データの値を掛け合わせた数値なので

$$\begin{aligned} f(x/\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(201-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(202-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(203-\theta)^2}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

事前分布  $\omega(\theta)$  は不明なので、一様分布を仮定すると、  $\omega(\theta) = 1$

$$\omega(\theta/x) = k f(x/\theta) \omega(\theta) \propto e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \times 1 \propto e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}}$$

平均値=202、分散 $\frac{1}{3}$ の正規分布に従う



## 再掲

製造される内容量200mLの清涼飲料水のペットボトルの内容量 $x$ は正規分布に従い、分散は1である。3本サンプリングしたところ、201、202及び203mLであった。この工場で作成のペットボトルの内容量 $x$ の平均値 $\theta$ の確率分布を求めよ

$$\text{正規分布なので、} f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}$$

尤度  $f(x/\theta)$  は、データの値を掛け合わせた数値なので

$$\begin{aligned} f(x/\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(201-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(202-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(203-\theta)^2}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

事前分布  $\omega(\theta)$  は不明なので、平均値200mL、分散4としておきます。

$$\omega(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-200)^2}{2 \times 4}}$$

$$\omega(\theta/x) = kf(x/\theta)\omega(\theta) \propto e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \times \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-200)^2}{2 \times 4}} \propto e^{-\frac{\left(x - \frac{2624}{13}\right)^2}{2 \times \frac{4}{13}}}$$

平均値  $\frac{2624}{13} = 202.846 \dots$ 、分散  $\frac{4}{13}$  の正規分布に従う

