この式変じゃない？ $1+2+3+4+\cdots=-\dfrac{1}{12}$

初項1，公比xの無限等比級数はつぎの式となる．

$$1+x+x^2+x^3+\cdots=\frac{1}{1-x} \qquad (1)$$

この式が成り立つのは　$|x|<1$

$x=-1$を代入すると，

$$1-1+1-1+\cdots=\frac{1}{2}$$

(1)の両辺を微分

$$1+2x+3x^2+4x^3+\cdots=\frac{1}{(1-x)^2}$$

$x=-1$を代入すると

$$1-2+3-4+\cdots=\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}&1-2+3-4+\cdots\\&=(1+2+3+4+\cdots)-2\times(2+4+\cdots)\\&=-3\times(1+2+3+4+\cdots)\end{aligned}$$

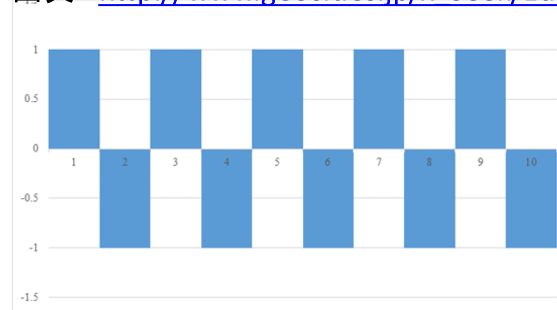
$$\zeta(-1)=1+2+3+4+\cdots=-\frac{1}{12}$$

出典: http://www.geocities.jp/x_seek/Euler.htm

$$S_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + \cdots$$

$$1 - S_1 = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 + \cdots)$$
$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + \cdots = S_1$$

$$2S_1 = 1 \qquad S_1 = \frac{1}{2}$$



和1　0　1　0　1 0 1　0　1　0

1-1

1-1+1

和は1と0交互になるので平均で$\frac{1}{2}$？

$$S_2 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \cdots$$

$$S_2 = \quad 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \cdots$$

$$2S_2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + \cdots = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{4}$$

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots$$

$$-S_2 = -[1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \cdots]$$
$$= \quad 4 \quad + 8 \quad + 12 + \cdots$$
$$= 4(1 + 2 + 3 + \cdots)$$

$$S - S_2 = 4S$$

$$-3S = S_2 = \frac{1}{4} \qquad S = -\frac{1}{12}$$

ゼータ関数 $\zeta(s) = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \cdots$

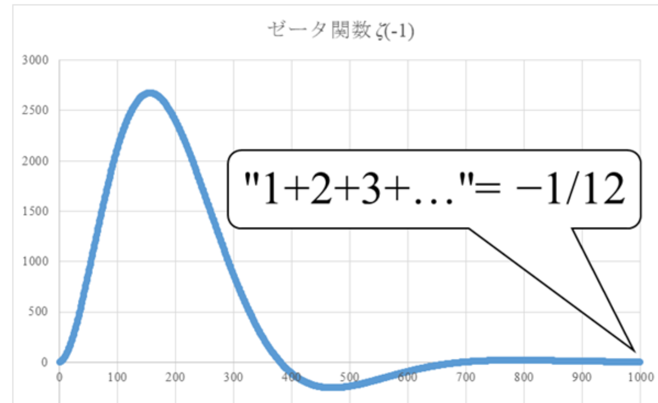
$$\zeta(2) = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\zeta(1) = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots = \infty$$

$$\zeta(-1) = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{-1}} = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots = -\frac{1}{12}$$

出典: http://www.geocities.jp/x_seek/Euler.htm

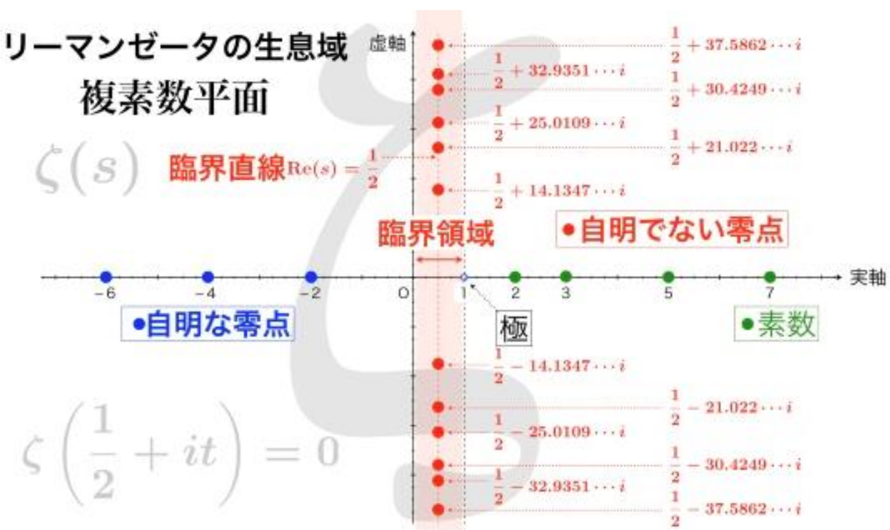
振動しているなんてズルい



$$"1+2+3+4+\cdots" := \lim_{x\to 0} \sum_{k=1}^{\infty} k e^{-kx} \cos(kx)$$

自明の零点

$$\zeta(-2) = \zeta(-4) = \zeta(-6) = \zeta(-8) \cdots = 0$$



リーマン予想

複素平面上で

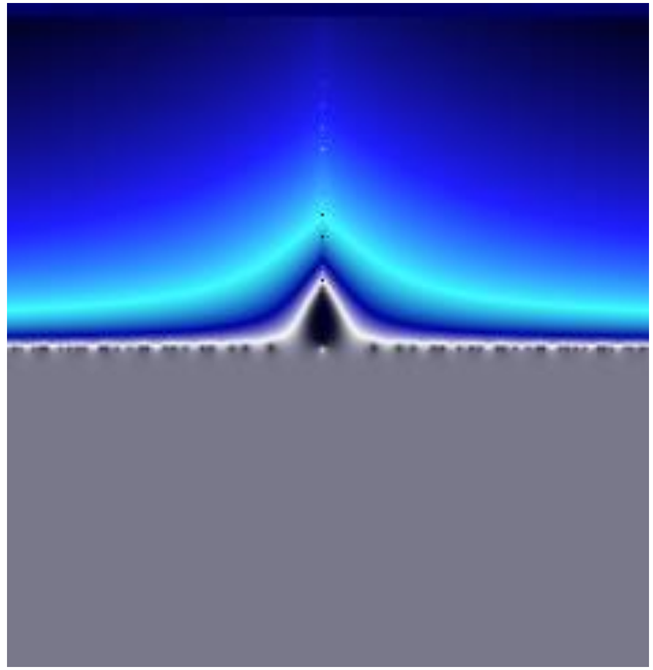
Sがマイナスの偶数値

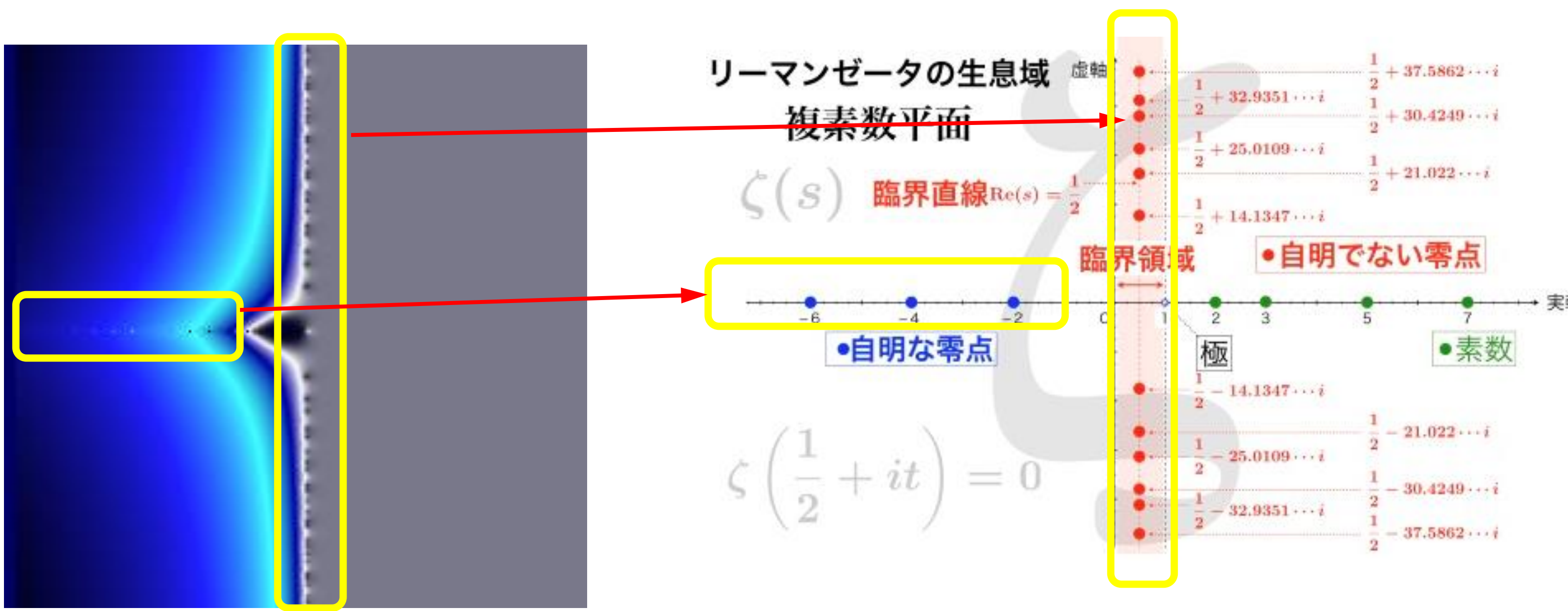
実数部が$\frac{1}{2}$の直線上に零点があると予想

（自明でない零点）

出典: http://club.informatix.co.jp/?p=4261

90° 回転





出典：http://www.geocities.jp/x_seek/zeta.html