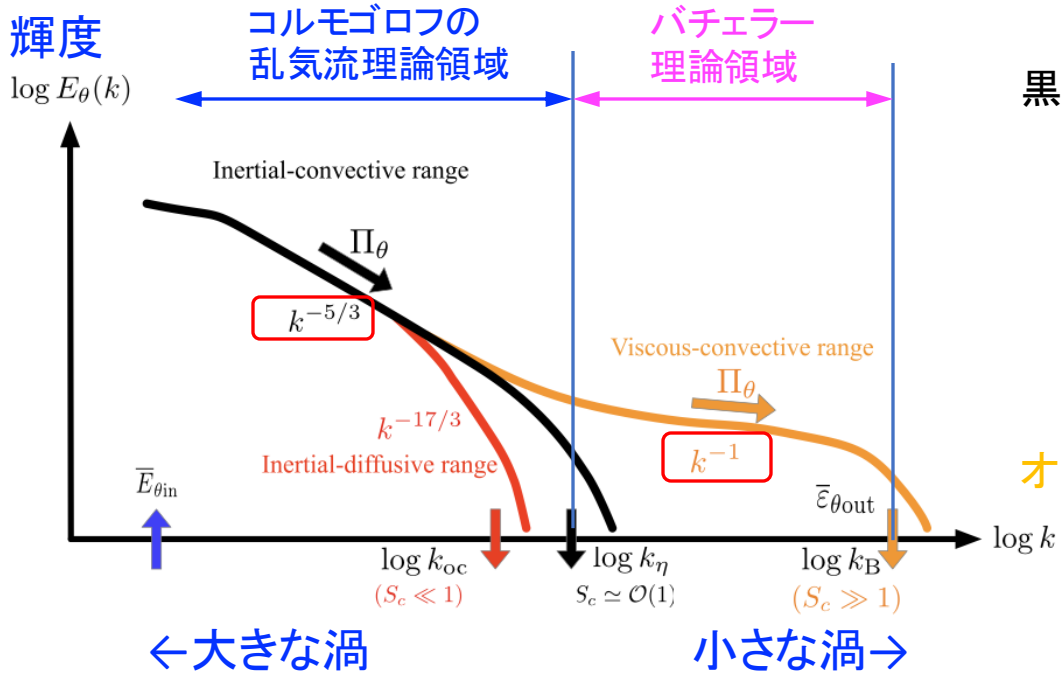
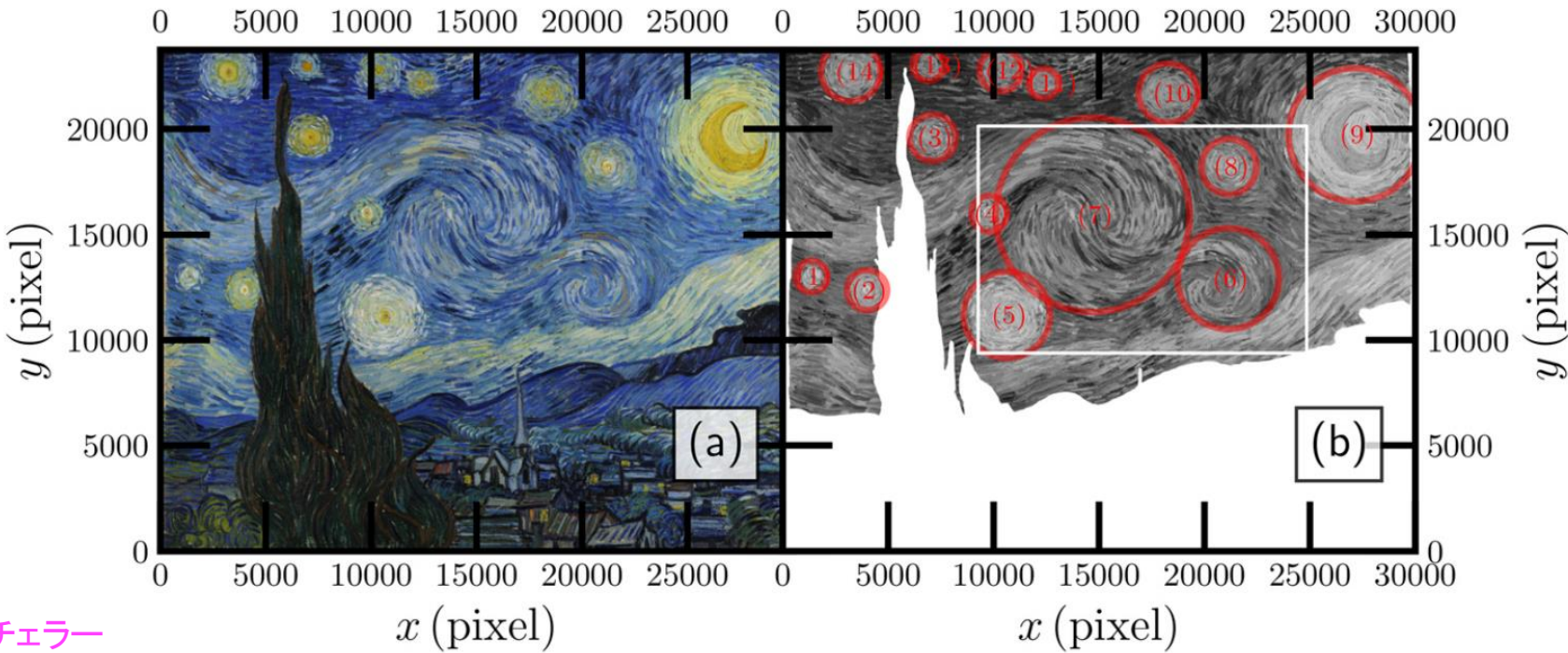


Hidden turbulence in van Gogh's
The Starry Night

Cite as: Phys. Fluids 36, 095140 (2024); doi:10.1063/5.0213627
Submitted: 12 April 2024 · Accepted: 31 July 2024 ·
Published Online: 17 September 2024

Yinxiang Ma (马寅翔),^{1,a)} Wanting Cheng (程婉婷),² Shidi Huang (黄仕迪),² François G. Schmitt,³
Xin Lin (林昕),¹ and Yongxiang Huang (黄永祥)^{1,4,5}



黒の実線: $k_L \ll k \ll k_\eta$
コルモゴロフの乱気流理論が予測する理想的な「 $-5/3$ べき乗則」
十分に発達した乱流の慣性領域で、運動エネルギーが大きなスケールから小さなスケールへどのように伝達されるかを示す理論上の基準
 $k_\eta \ll k \ll k_\beta$
バチェラー理論が予測する理想的な「 -1 べき乗則」
乱流の粘性対流領域において、スカラー量(この場合は絵の具の明るさ)がどのように拡散するかを記述
オレンジの実線: 「星月夜」の画像データから実際に測定された、フーリエパワー
スペクトルの結果
バチェラー理論:
水や空気の流れの中に存在する、熱や化学物質などの「スカラー」な
ものがどのように拡散するかを説明する

コルモゴロフの理論

慣性領域 $k_L \ll k \ll k_\eta$ において、以下のスケーリング法則に従う

$$E(k) \propto \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

$E(k)$: 十分に発達した乱気流における運動エネルギーのフーリエパワースペクトル
 ϵ : 運動エネルギーの単位質量および単位時間あたりの平均エネルギー散逸率
 k : 長さスケールの逆数
 L : システム
 η : コルモゴロフ

フーリエパワースペクトル: 絵画の模様を「どのサイズの渦やパターンがどれくらいの強さで存在するか」という情報に分解したもの

2次構造関数: 絵画のある2点間の明るさの違いを調べ、距離が離れるほどどのようにパターンが変化するかを示したものです。

論文では、これらの分析手法を使って「星月夜」の筆遣いを数值的に解析したところ、その結果が、乱気流の渦やパターンが物理法則に従ってどのように振る舞うかを予測する「バチェラー理論」が示すグラフの形とぴったり一致したと述べています。

大きな渦は小さな渦を持ち、その速度を糧とし、小さな渦はさらに小さな渦を持ち、そして粘性へと続く
(ルイス・フライ・リチャードソン)

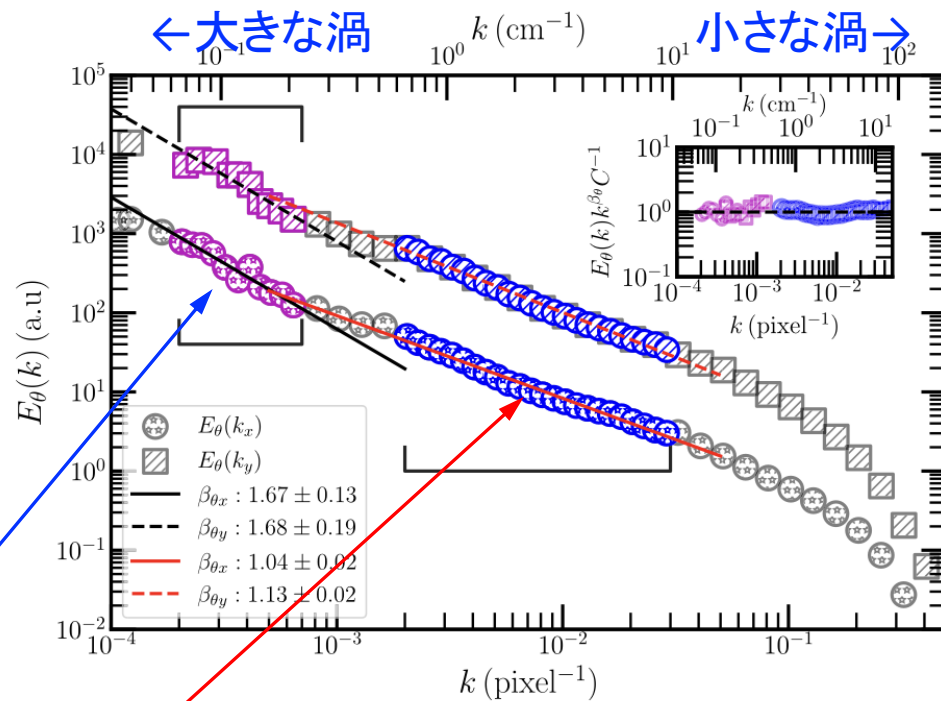


Fig.3: フーリエパワースペクトル

この図は、絵画の様子が「どのサイズの渦（パターン）が、どれくらいの強さで存在するか」を示している

横軸（波数 k ）: 渦のサイズを表します。左に行くほど大きな渦、右に行くほど小さな渦を意味する

縦軸（パワースペクトル $E(k)$ ）: そのサイズの渦が持つ「エネルギー（強さ）」（輝度）を表す

グラフは2つの異なる直線的な傾き（べき乗則）を示す

青い線（または第一の傾き）:

渦のサイズが比較的大きい部分。この部分の傾きはコルモゴロフの乱気流理論が予測する「 $-5/3$ 乗」に非常に近い値を示しています。これは、大きな渦のエネルギーが、より小さな渦へと段階的に伝わっていく

「エネルギーカスケード」という現象が、ファン・ゴッホの筆遣いにも見られることを意味する

赤い線（または第二の傾き）:

渦のサイズが小さい部分。この部分の傾きはバッチャー理論が予測する「 -1 乗」に非常に近い値を示す。これは、最も小さな渦のスケールでは、絵の具の粘り気や拡散の影響が現れ、そのパターンが乱気流の「粘性対流領域」の振る舞いを模倣していることを示唆している。