

平方数

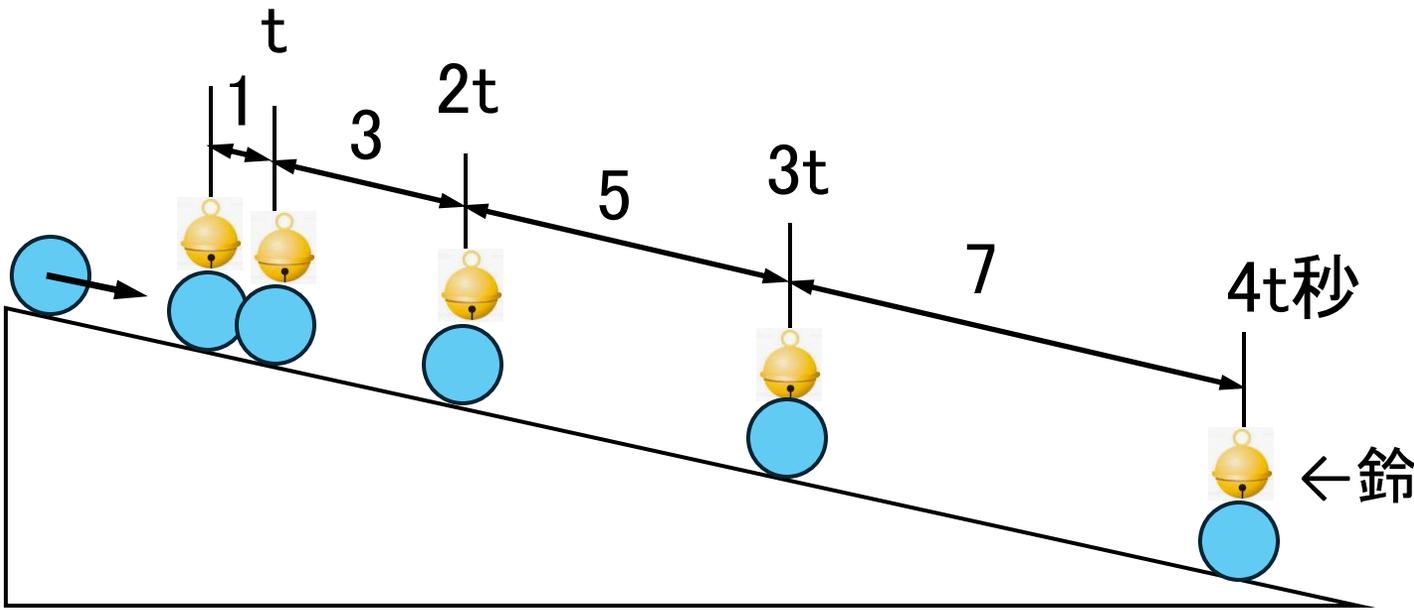
グノモン: 連続する奇数列。総和は平方数になる

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

ガリレオの実験

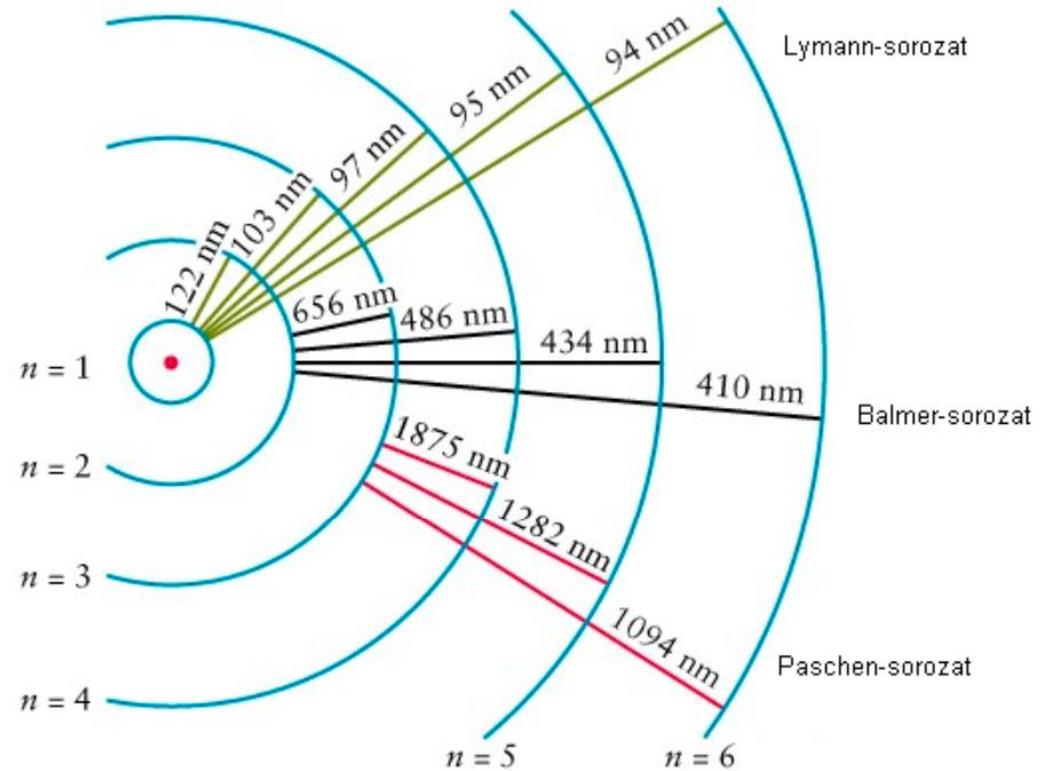


時間	落下距離	
t	1	1^2
2t	$4=1+3$	2^2
3t	$9=1+3+5$	3^2
4t	$16=1+3+5+7$	4^2

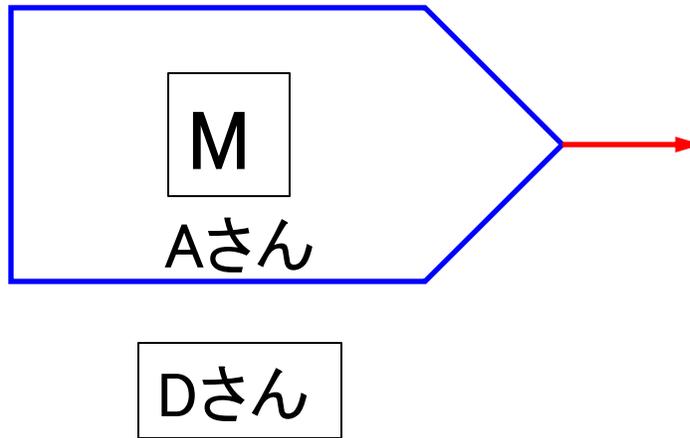
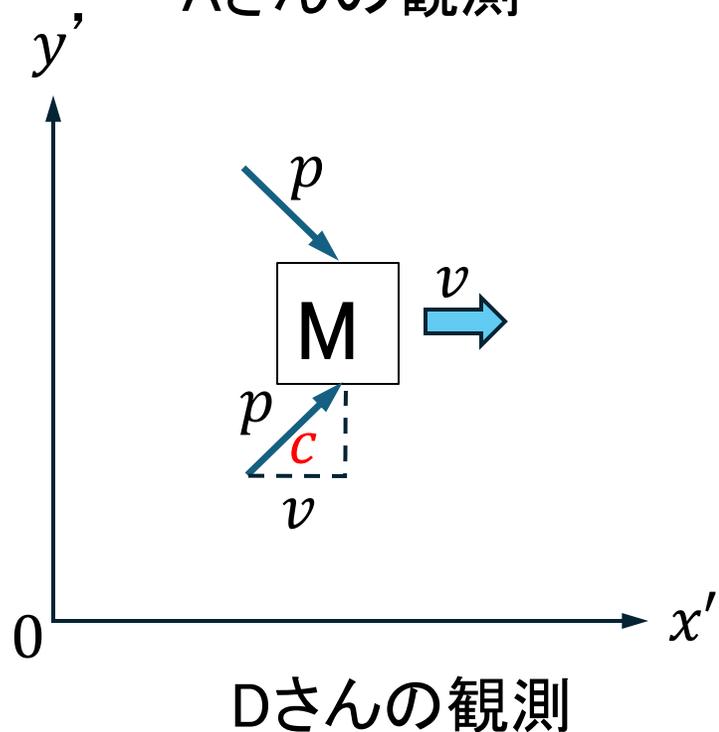
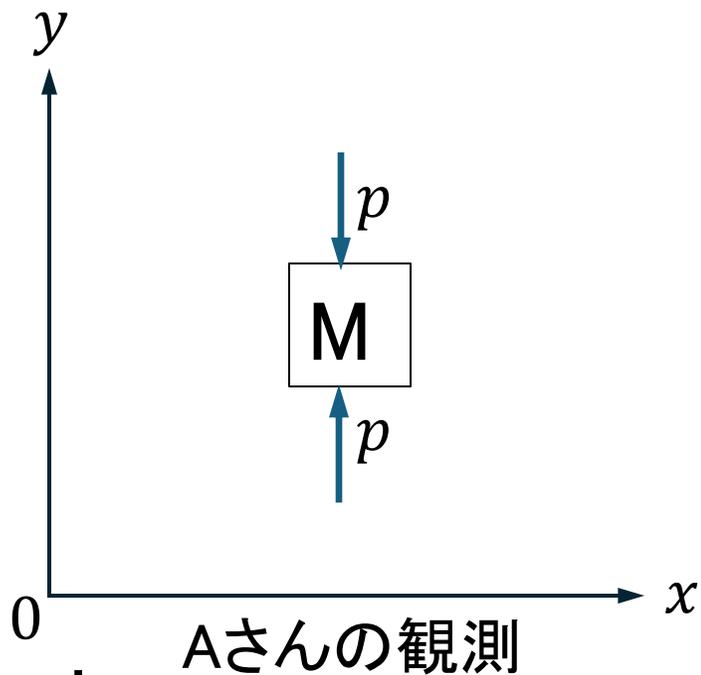
落下距離は、落下時間の2乗に比例する $y = \frac{1}{2}gt^2$

バルマー系列

$$\begin{aligned}\lambda &= f\left(\frac{n^2}{n^2 - 4}\right) \\ &= 364.56 \times 10^{-9} \times \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad [m] \\ n &= 3 \\ \lambda &= 364.56 \times 10^{-9} \times \frac{3^2}{3^2 - 4} \\ &= 364.56 \times 10^{-9} \times \frac{9}{5} \\ &= 656.208 \times 10^{-9} = 656.208 \text{ nm} \\ n &= 6 \\ \lambda &= 364.56 \times 10^{-9} \times \frac{6^2}{6^2 - 4} \\ &= 364.56 \times 10^{-9} \times \frac{36}{32} \\ &= 410.13 \times 10^{-9} = 410.13 \text{ nm}\end{aligned}$$



$$\frac{1}{\lambda} = \frac{10^9}{364.56} \times \frac{n^2 - 2^2}{n^2} = \frac{2^2 \times 10^9}{364.56} \times \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



斜めに入射する1個の光子が物体に与える x' 方向の運動量は、 p より $\frac{v}{c}$ だけ縮むので

$$p \times \frac{v}{c} = \frac{\varepsilon}{c} \times \frac{v}{c} = \frac{\varepsilon v}{c^2}$$

c : 光速

上下2方向なので、 $\frac{2\varepsilon v}{c^2}$

Dさんには、物体は光子を吸収前後とも、同じ速度 v で運動しているように見える。運動量=質量×速度

光子を吸収して運動量は増加しているので、質量が m だけ増加

$$mv = \frac{2\varepsilon v}{c^2}$$

$$E = 2\varepsilon = m c^2 \quad \text{アインシュタインの質量エネルギーの式}$$

標準正規分布

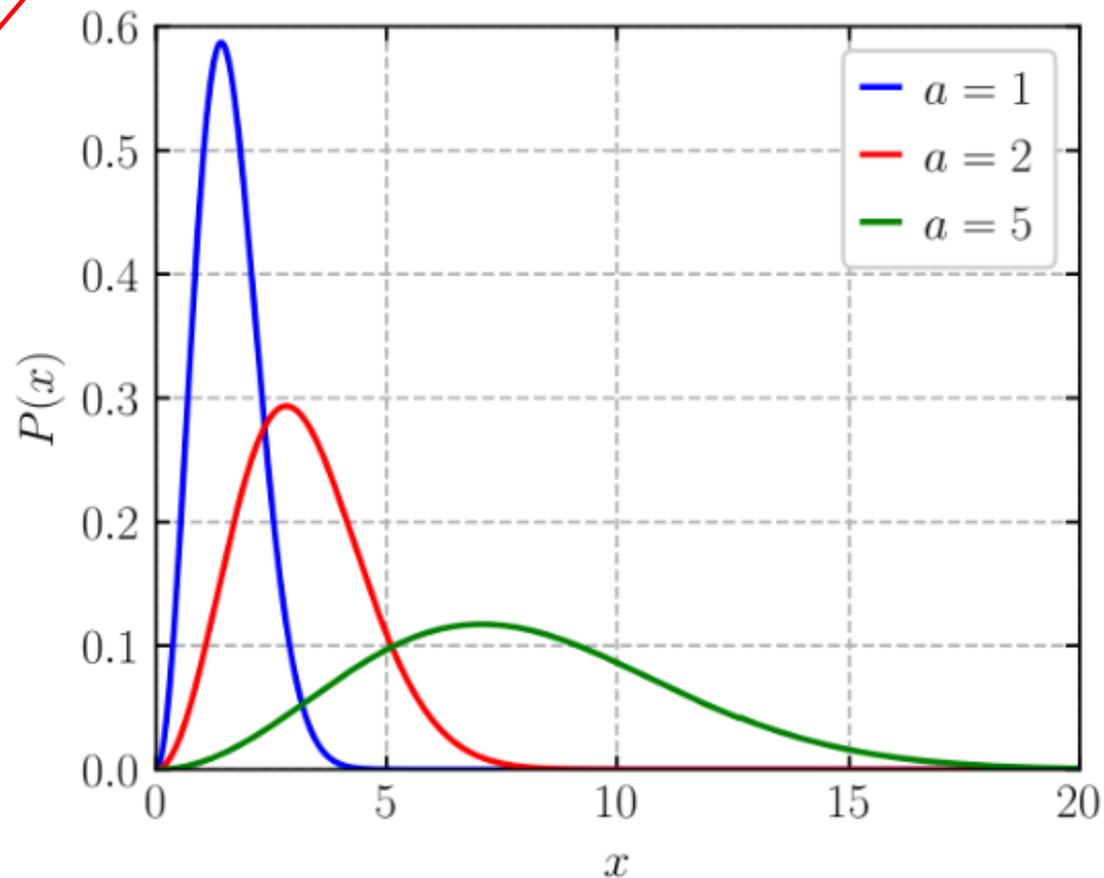
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

マクスウェル分布

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



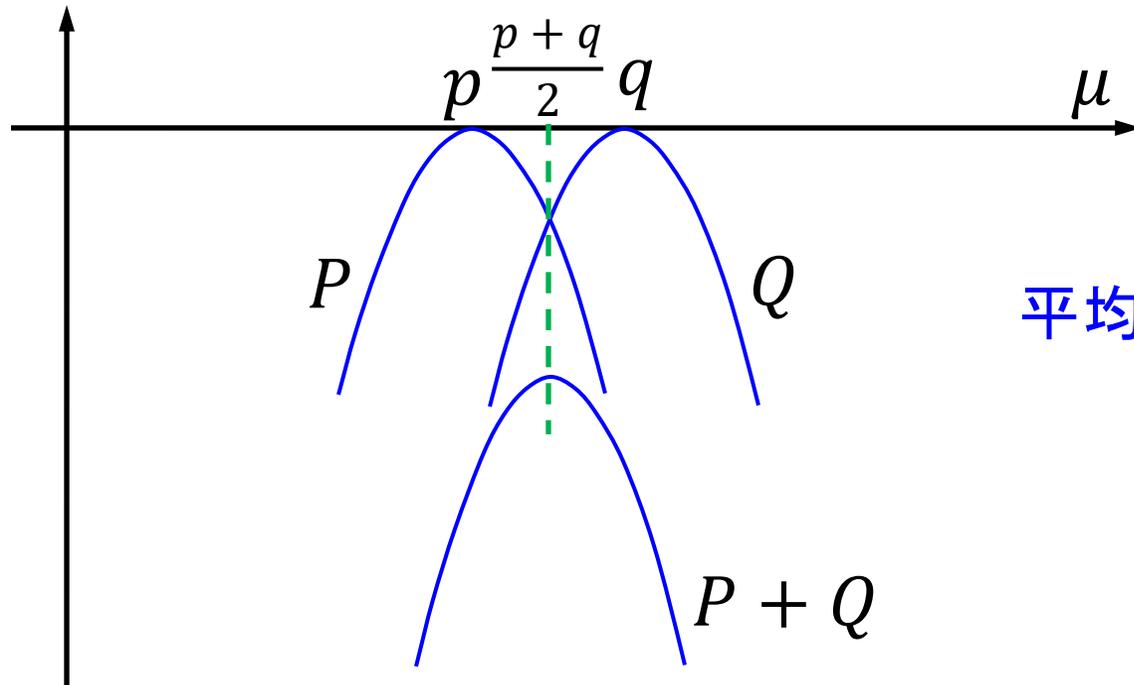
観測値が p となる確率 $f(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^P$ $P = -\frac{(p - \mu)^2}{2\sigma^2}$

観測値が q となる確率 $f(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^Q$ $Q = -\frac{(q - \mu)^2}{2\sigma^2}$

2つの観測値が p と q となる確率 $f(p)f(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{P+Q}$ $P + Q = -\frac{(p-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(q-\mu)^2}{2\sigma^2}$
 $= -\frac{1}{\sigma^2} \left\{ \frac{(p-\mu)^2 + (q-\mu)^2}{2} \right\}$

世の中で起きていることは、最も観測されやすい、つまり確率の最も大きいこと

最尤原理

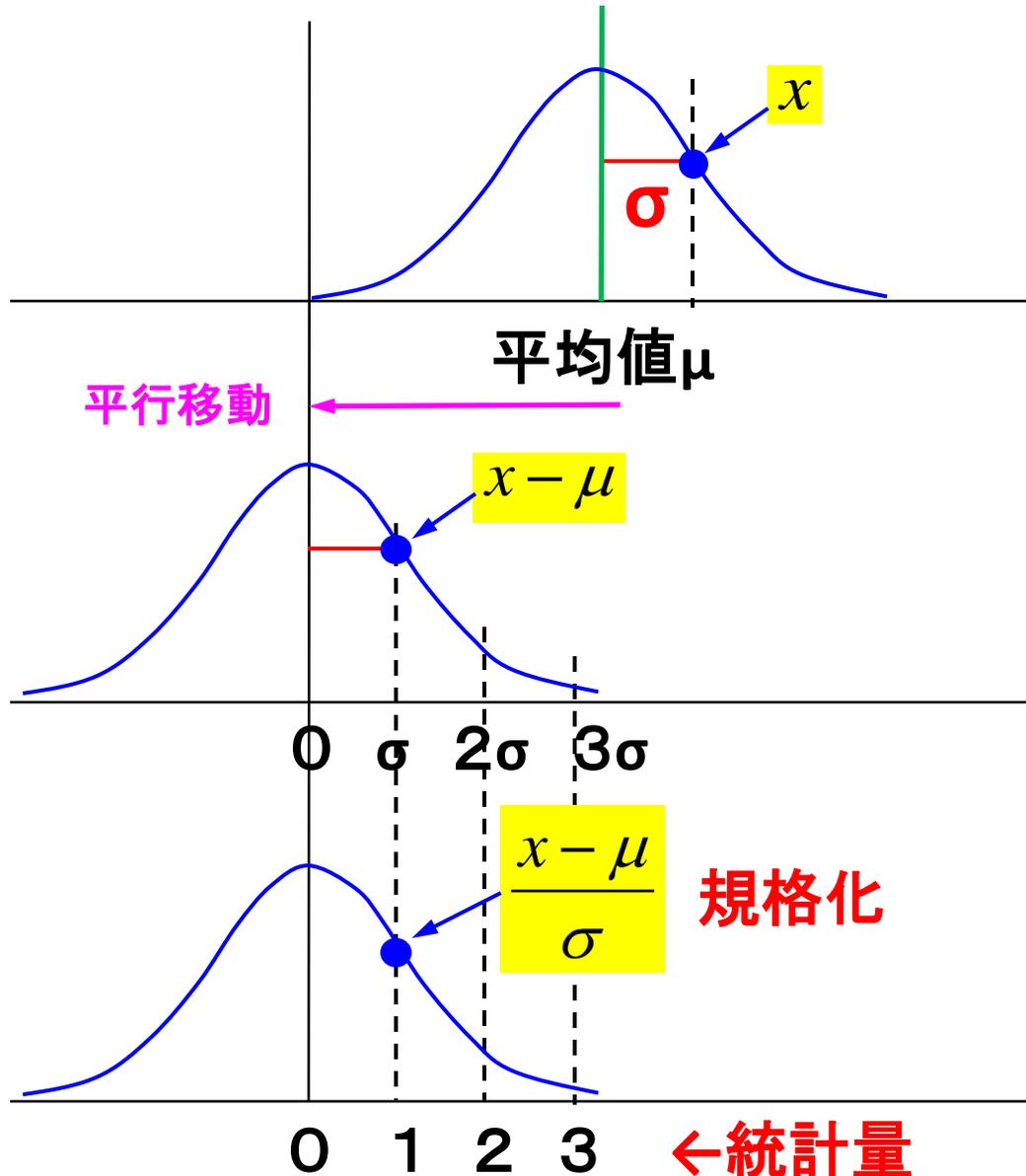


平均値を真実の値 μ と考えるのが尤らしい

標準偏差σとは？



変曲点での幅



正規分布曲線の一般式

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

平均値 $\mu = 0$ とすると

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

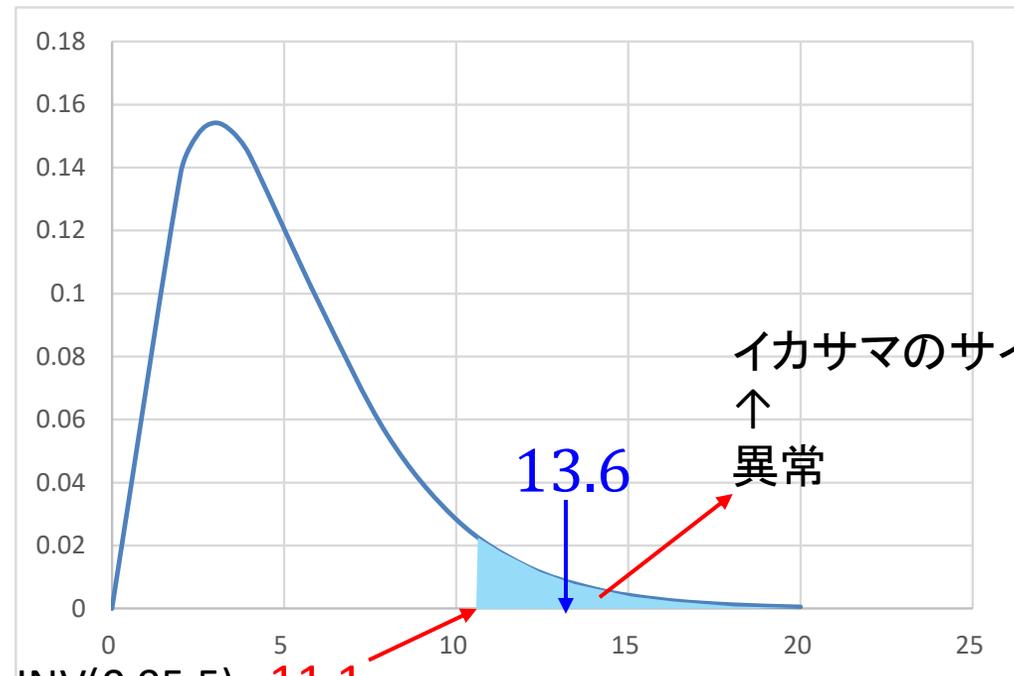
標準偏差 $\sigma = 1$ とすると

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

サイコロを60回投げて得られた目の数

出目	1	2	3	4	5	6
出た回数	15	7	4	11	6	17
期待度数	10	10	10	10	10	10

$$\chi^2 = \frac{(\text{回数} - \text{期待度数})^2}{\text{期待度数}} = \frac{(15-10)^2}{10} + \frac{(7-10)^2}{10} + \frac{(4-10)^2}{10} + \frac{(11-10)^2}{10} + \frac{(6-10)^2}{10} + \frac{(17-10)^2}{10}$$
$$= 13.6$$



$$= \text{CHISQ.INV}(0.95, 5) = 11.1$$