$L_4(2^3)$直交配列表

No.	[1]	[2]	[3]	データ
1	1	1	1	y_1
2	1	2	2	y_2
3	2	1	2	y_3
4	2	2	1	y_4
成分	a	b	ab	

・変数Aを[1]に割付け
・変数Bを[2]に割付け
・交互作用A×Bが存在すると分析者が決定した場合
成分a×b=abは[3]のため、変数Cを割り付けない

No.	[1] A	[2] B	[3] A×B	データ
1	1	1	1	y_1
2	1	2	2	y_2
3	2	1	2	y_3
4	2	2	1	y_4
成分	a	b	ab	

交互作用A×Bがないと判断した場合は
[3]列に変数Cを割付けできる

No.	[1] A	[2] B	[3] C	データ
1	1	1	1	y_1
2	1	2	2	y_2
3	2	1	2	y_3
4	2	2	1	y_4
成分	a	b	ab	

$L_4(2^3)$直交配列表

	[1]	[2]	[3]	データ
No.	A	B	C	
1	1	1	1	y_1
2	1	2	2	y_2
3	2	1	2	y_3
4	2	2	1	y_4
成分	a	b	ab	

列平方和

$$S_{[1]} = 2\left\{\left(\frac{y_1+y_2}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_3+y_4}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2\right\}$$

$$S_{[2]} = 2\left\{\left(\frac{y_1+y_3}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_2+y_4}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2\right\}$$

$$S_{[3]} = 2\left\{\left(\frac{y_1+y_4}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2+\left(\frac{y_2+y_3}{2}-\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{2}\right)^2\right\}$$

$$S_{[1]} = \frac{\{(y_1+y_2)-(y_3+y_4)\}^2}{4}$$

$$S_{[2]} = \frac{\{(y_1+y_3)-(y_2+y_4)\}^2}{4}$$

$$S_{[3]} = \frac{\{(y_1+y_4)-(y_2+y_3)\}^2}{4}$$

2水準系直交配列表では

$$S_{[q]} = \frac{\{q\text{の第1水準のデータ合計} - q\text{の第1水準のデータ合計}\}^2}{\text{直交配列表の行数}}$$

$L_4(2^3)$直交配列表の場合

$$S_T = (y_1 - \bar{T})^2 + (y_2 - \bar{T})^2 + \ (y_3 - \bar{T})^2 + \ (y_4 - \bar{T})^2$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - 4\bar{T}$$

$$S_{[1]} + \ S_{[2]} + \ S_{[3]} = 2\left\{\left(\frac{y_1+y_2}{2} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_3+y_4}{2} - \bar{T}\right)^2\right\} + 2\left\{\left(\frac{y_1+y_3}{2} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_2+y_4}{2} - \bar{T}\right)^2\right\} \ + 2\left\{\left(\frac{y_1+y_4}{2} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_2+y_3}{2} - \bar{T}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{(y_1+y_2)^2}{2} + \frac{(y_3+y_4)^2}{2} + \frac{(y_1+y_3)^2}{2} + \frac{(y_2+y_4)^2}{2} + \frac{(y_1+y_4)^2}{2} + \frac{(y_2+y_3)^2}{2} - 6({y_1}^2 + \ {y_2}^2 + \ {y_3}^2 + \ {y_4}^2)\ \bar{T} + 12\ \bar{T}$$
$$= \frac{(y_1+y_2)^2}{2} + \frac{(y_3+y_4)^2}{2} + \frac{(y_1+y_3)^2}{2} + \frac{(y_2+y_4)^2}{2} + \frac{(y_1+y_4)^2}{2} + \frac{(y_2+y_3)^2}{2} - 12\ \bar{T}$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 + \frac{\left({y_1}^2 + \ {y_2}^2 + \ {y_3}^2 + \ {y_4}^2\right)^2}{2} - 12\ \bar{T}$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - 4\ \bar{T}$$

qは、直交配列表の列の数

$$S_T = S_{[1]} + S_{[2]} + \cdots + \ S_{[q]}$$

$L_4(2^3)$直交配列表の場合
S_{AB}は、「A_iかつB_j」についての平方和

$$S_{A\times B} = S_{AB} - S_A - S_B$$

$$S_{AB} = \left(\frac{y_1}{1} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_3}{1} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_4}{1} - \bar{T}\right)^2$$
$$= (y_1 - \bar{T})^2 + (y_2 - \bar{T})^2 + (y_3 - \bar{T})^2 + (y_4 - \bar{T})^2$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - 2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)\bar{T} + 4\bar{T}^2$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - 4\bar{T}^2$$

$$S_A = 2\left\{\left(\frac{y_1 + y_2}{2} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_3 + y_4}{2} - \bar{T}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{(y_1+y_2)^2}{2} + \frac{(y_3+y_4)^2}{2} - 2({y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2)\ \bar{T} + 4\ \bar{T}$$
$$= \frac{(y_1+y_2)^2}{2} + \frac{(y_3+y_4)^2}{2} - 4\ \bar{T}$$

$$S_B = 2\left\{\left(\frac{y_1 + y_3}{2} - \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{y_2 + y_4}{2} - \bar{T}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{(y_1+y_3)^2}{2} + \frac{(y_2+y_4)^2}{2} - 4\ \bar{T}$$

$$S_{A\times B} = {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - 4\bar{T}^2 - \left\{\frac{(y_1 + y_2)^2}{2} + \frac{(y_3 + y_4)^2}{2} - 4\ \bar{T}\right\} - \left\{\frac{(y_1 + y_3)^2}{2} + \frac{(y_2 + y_4)^2}{2} - 4\ \bar{T}\right\}$$
$$= {y_1}^2 + {y_2}^2 + {y_3}^2 + {y_4}^2 - \frac{(y_1+y_2)^2}{2} - \frac{(y_3+y_4)^2}{2} - \frac{(y_1+y_3)^2}{2} - \frac{(y_2+y_4)^2}{2} + 4\ \bar{T}$$
$$= \frac{1}{4}\{4{y_1}^2 + 4{y_2}^2 + 4{y_3}^2 + 4{y_4}^2 - 2(y_1 + y_2)^2 - 2(y_3 + y_4)^2 - 2(y_1 + y_3)^2 - 2(y_2 + y_4)^2 + 16\ \bar{T}\}$$
$$= \frac{1}{4}\{4{y_1}^2 + 4{y_2}^2 + 4{y_3}^2 + 4{y_4}^2 - \{4{y_1}^2 + 4{y_2}^2 + 4{y_3}^2 + 4{y_4}^2 + 4(y_1 + y_4)(y_2 + y_3)\} + 16\ \bar{T}\}$$
$$= \frac{1}{4}\{-4(y_1 + y_4)(y_2 + y_3) + 16\ \bar{T}\}$$
$$= \frac{1}{4}\{-4(y_1 + y_4)(y_2 + y_3) + 16\ \bar{T}\}$$
$$= \frac{1}{4}\{-4(y_1 + y_4)(y_2 + y_3) + (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2\}$$
$$= \frac{\{(y_1+y_4)-(y_2+y_3)\}^2}{4}$$
$$= S_{[3]}$$

	[1]	[2]	[3]	データ
No.	A	B	A×B	
1	1	1	1	y_1
2	1	2	2	y_2
3	2	1	2	y_3
4	2	2	1	y_4
成分	a	b	ab	