多重比較法

ボンフェローニの方法

	検定1	検定2	検定3	検定4
帰無仮説	$\theta_1 = \theta_2$	$\theta_1 = \theta_4$	$\theta_2 = \theta_3$	$\theta_3 = \theta_4$
対立仮説	$\theta_1 \neq \theta_2$	$\theta_1 \neq \theta_4$	$\theta_2 \neq \theta_3$	$\theta_3 \neq \theta_4$
有意水準	α_1	α_2	α_3	α_4

帰無仮説が真実とする場合　→「対立仮説は正しい」と結論づける確率が最大で$(\alpha \times 100)\%$存在
帰無仮説が真実とする場合　→「帰無仮説は誤っているとはいえない」と結論づける確率は、$\{(1-\alpha) \times 100\}\%$存在

4つの帰無仮説が全て真実の場合、

（対立仮説のうち少なくとも1つは正しいと結論づける確率）＋（どの帰無仮説も誤っているとはいえないと結論づける確率）$= 1$

（対立仮説のうち少なくとも1つは正しいと結論づける確率）$= 1 -$（どの帰無仮説も誤っているとはいえないと結論づける確率）

$1 -$（どの帰無仮説も誤っているとはいえないと結論づける確率）$\leq \alpha$　となるようにα_jを調整する

$$1 - (4\text{個のどの帰無仮説も誤っているとはいえないと結論づける確率})$$
$$\leq \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4} = \alpha$$

一般的には

$$1 - (m\text{個のどの帰無仮説も誤っているとはいえないと結論づける確率}) \leq \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_m$$

$$\alpha_j = \frac{\alpha}{\text{おこなう統計的仮説検定の総数}}$$

	ボンフェローニ Bonferroni法	テューキー Tukey法	ダネット Dunnett法	ウィリアムズ Williams法
概要	帰無仮説の平均を比較	母集団の平均を総当たりで比較	基準となる母集団の平均とそれ以外の母集団の平均を比較	母集団の平均に増加性か減少性があるかを確認
帰無仮説	$\theta_1 = \theta_2$ $\theta_1 = \theta_4$ $\theta_2 = \theta_3$ $\theta_3 = \theta_4$	$\theta_1 = \theta_2$ $\theta_1 = \theta_3$ $\theta_1 = \theta_4$ $\theta_2 = \theta_3$ $\theta_2 = \theta_4$ $\theta_3 = \theta_4$	$\theta_1 = \theta_2$ $\theta_1 = \theta_3$ $\theta_1 = \theta_4$	$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4$ $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ $\theta_1 = \theta_2$
対立仮説	$\theta_1 \neq \theta_2$ $\theta_1 \neq \theta_4$ $\theta_2 \neq \theta_3$ $\theta_3 \neq \theta_4$	$\theta_1 \neq \theta_2$ $\theta_1 \neq \theta_3$ $\theta_1 \neq \theta_4$ $\theta_2 \neq \theta_3$ $\theta_2 \neq \theta_4$ $\theta_3 \neq \theta_4$	$\theta_1 \neq \theta_2$ $\theta_1 \neq \theta_3$ $\theta_1 \neq \theta_4$ あるいは $\theta_1 < \theta_2$　　$\theta_1 > \theta_2$ $\theta_1 < \theta_3$　あるいは　$\theta_1 > \theta_3$ $\theta_1 < \theta_4$　　$\theta_1 > \theta_4$	$\theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3 \leq \theta_4$ $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3$ $\theta_1 \leq \theta_2$ 少なくとも1つの≤は< あるいは $\theta_1 \geq \theta_2 \geq \theta_3 \geq \theta_4$ $\theta_1 \geq \theta_2 \geq \theta_3$ $\theta_1 \geq \theta_2$ 少なくとも1つの≥は>

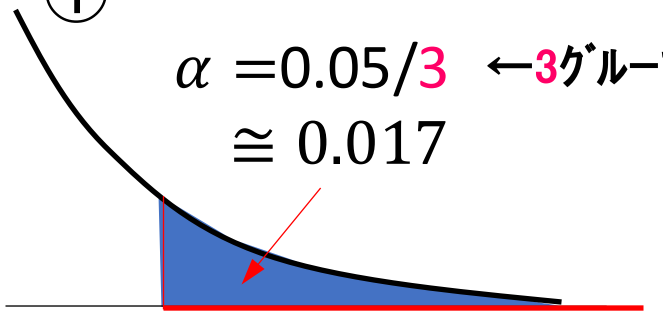
再掲

多重比較法

名称		分類	方法	
①	Bonferroni法	有意水準補正型	繰り返し数に応じて有意水準を小さくする	2群間の対比を総わたりで実施
②	Tukey-Kramer法	分布補正型	独自の分布より棄却域の境界値を設定	
③	Dunnett法			
④	Scheffe法	検定統計量補正型	ｸﾞﾙｰﾌﾟ数に応じて検定統計量を小さくする	複数の対比同時

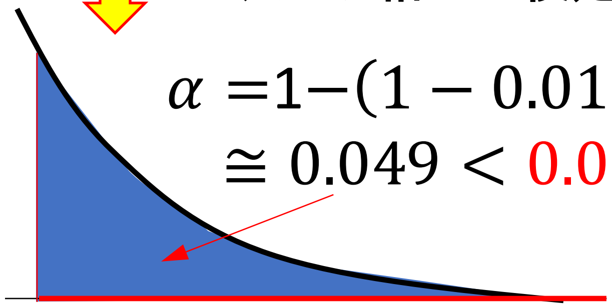
①

$\alpha = 0.05/3 \cong 0.017$ ←3ｸﾞﾙｰﾌﾟの場合



←3ｸﾞﾙｰﾌﾟ相互の検定実施

$\alpha = 1-(1-0.017)^3 \cong 0.049 < 0.05$



棄却域

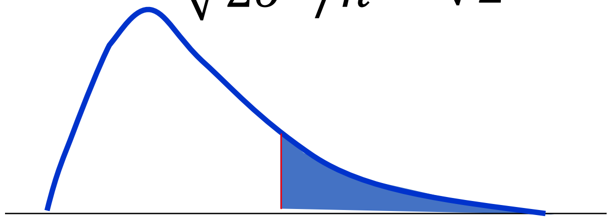
② or ③

$$t_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\sigma^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$

と境界値qを比較する

2群の標本サイズが同じ場合の棄却域は

$$\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{2\sigma^2/n}} > \frac{q}{\sqrt{2}}$$



q値

④

	A群	B群	C群
平均値	μ_1	μ_2	μ_3

$\sum c_j\mu_j$ $\sum c_j = 0$ c_jは対比係数

2グループにして比較

μ_1と（μ_2とμ_3の平均）の対比

$c_1 = 1$ $c_2 = c_3 = -1/2$

$$F = \frac{\left(\sum c_j\bar{x}_j\right)^2/(j-1)}{{\sigma_e}^2\sum {c_j}^2/n_j}$$

$${\sigma_e}^2 = \frac{\sum(n_j-1)\,{\sigma_j}^2}{N-j} \qquad {\sigma_j}^2 = \frac{\sum\left(x_{ij}-\bar{x}_j\right)^2}{n_j-1}$$

$\bar{x}_j$: j群の平均 n_j:群のｻｲｽﾞ N:全ｻｲｽﾞ