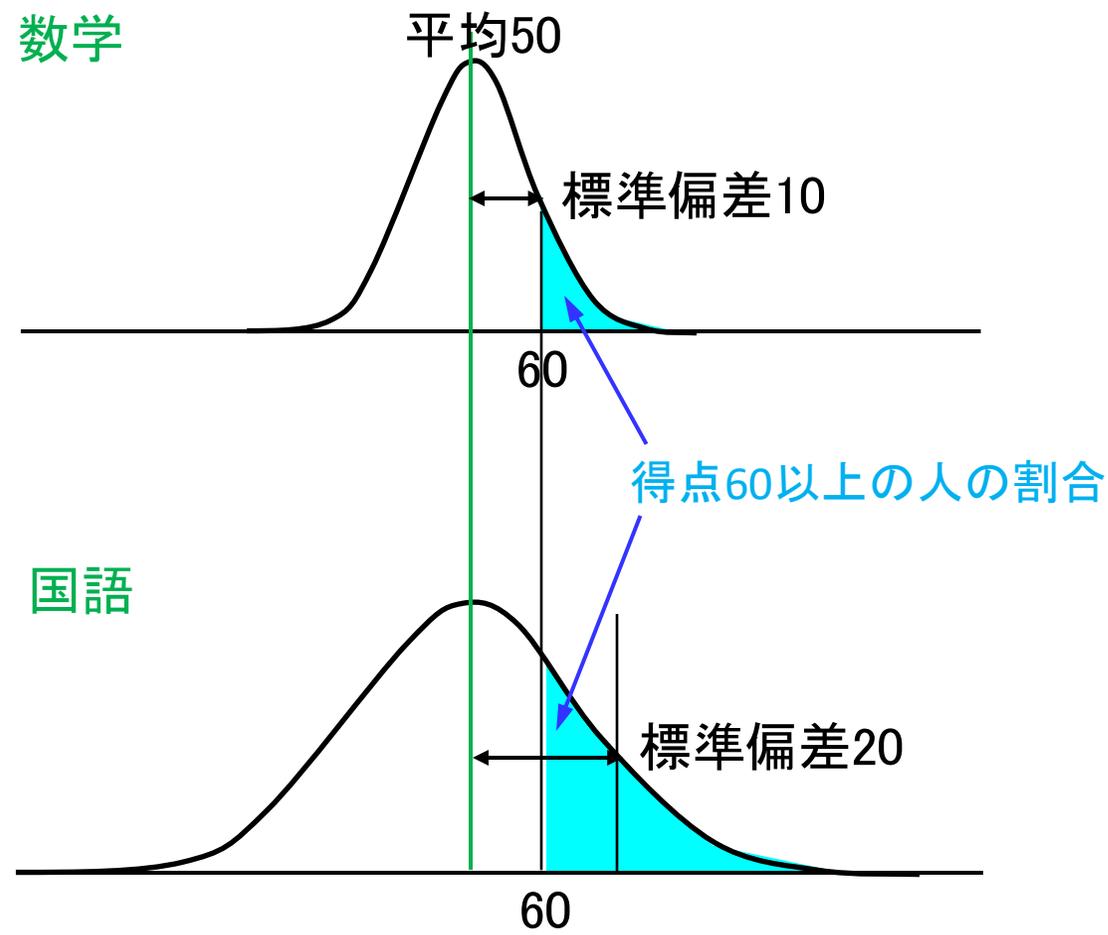
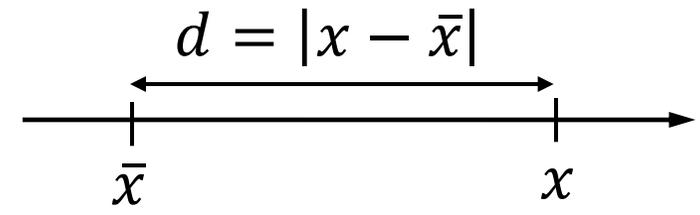


	得点	平均点	標準偏差	評価
数学	60	50	10	大変よくできました
国語	60	50	20	よくできました

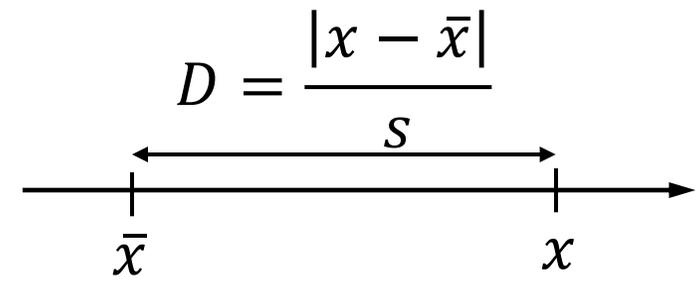
数学の方が国語より点を取り難い→平均からの距離が遠い



### 幾何的な距離



### 1変量のマハラビス距離

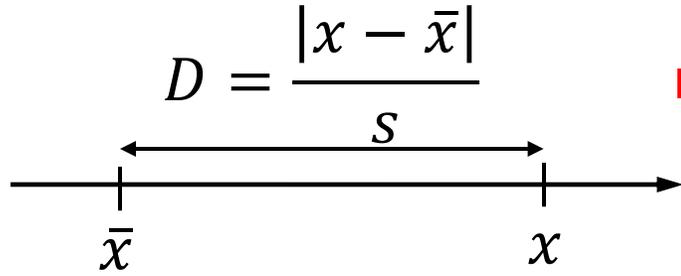


数学の得点60のマハラビス距離 =  $\frac{|60-50|}{10} = 1$

国語の得点60のマハラビス距離 =  $\frac{|60-50|}{20} = 0.5$



## 1変量のマハラビス距離



$$\Rightarrow D^2 = \frac{(x - \bar{x})^2}{S_x^2} = (x - \bar{x})(S_x^2)^{-1}(x - \bar{x})$$



## 2変量のマハラビス距離

変量	平均点	分散	共分散
$x$	$\bar{x}$	$S_x^2$	$S_{xy}$
$y$	$\bar{y}$	$S_y^2$	

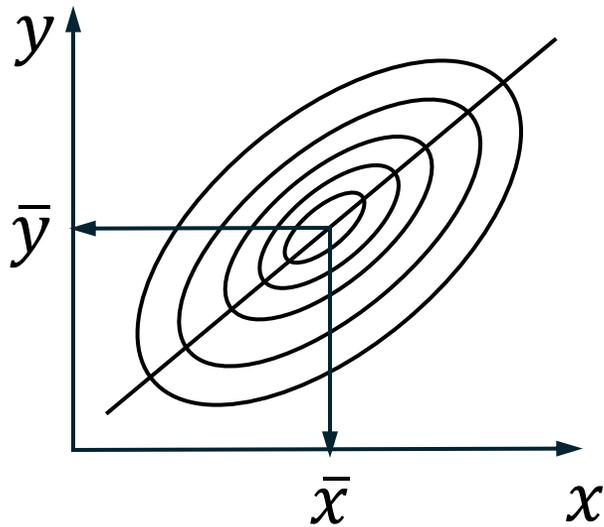
$$D^2 = (x - \bar{x} \quad y - \bar{y}) \begin{pmatrix} S_x^2 & S_{xy} \\ S_{xy} & S_y^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{pmatrix}$$



## 多変量のマハラビス距離

$$D^2 = (x_1 - \bar{x}_1 \quad x_2 - \bar{x}_2 \quad \cdots \quad x_n - \bar{x}_n) \begin{pmatrix} S_1^2 & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{12} & S_1^2 & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1n} & S_{2n} & \cdots & S_1^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \\ \vdots \\ x_n - \bar{x}_n \end{pmatrix}$$

$$= {}^t X S^{-1} X$$



## 1変量の正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}D^2}$$

$$D^2 = \frac{(x-\bar{x})^2}{S_x^2} = (x - \bar{x})(S_x^2)^{-1} (x - \bar{x})$$

## 2変量の正規分布

$$f(x, y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^2 \sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2}} e^{-\frac{1}{2}D^2}$$
$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{|S|}} e^{-\frac{1}{2}D^2}$$

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad |S| = \sigma_x^2 \sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2$$

$$D^2 = (x - \bar{x} \quad y - \bar{y}) \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{pmatrix}$$

## 多変量の正規分布

$$f = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N \frac{1}{\sqrt{|S|}} e^{-\frac{1}{2}D^2} \quad D^2 = (x_1 - \bar{x}_1 \quad x_2 - \bar{x}_2 \quad \cdots \quad x_n - \bar{x}_n) \begin{pmatrix} S_{11}^2 & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{12} & S_{11}^2 & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1n} & S_{2n} & \cdots & S_{11}^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \\ \vdots \\ x_n - \bar{x}_n \end{pmatrix}$$
$$= {}^t X S^{-1} X$$