

式の導出

2因子分析

$$x = a_x F + b_x G + e_x \quad y = a_y F + b_y G + e_y$$

$$u = a_u F + b_u G + e_u \quad v = a_v F + b_v G + e_v$$

$$w = a_w F + b_w G + e_w$$

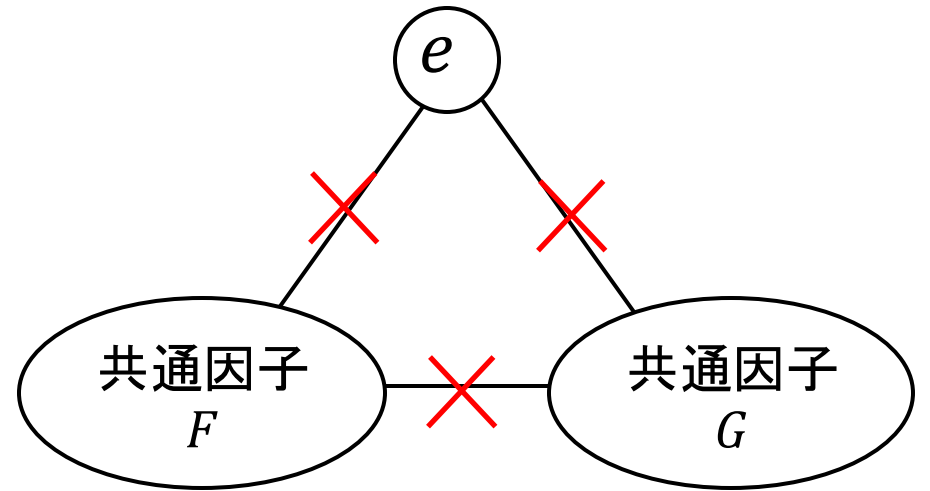
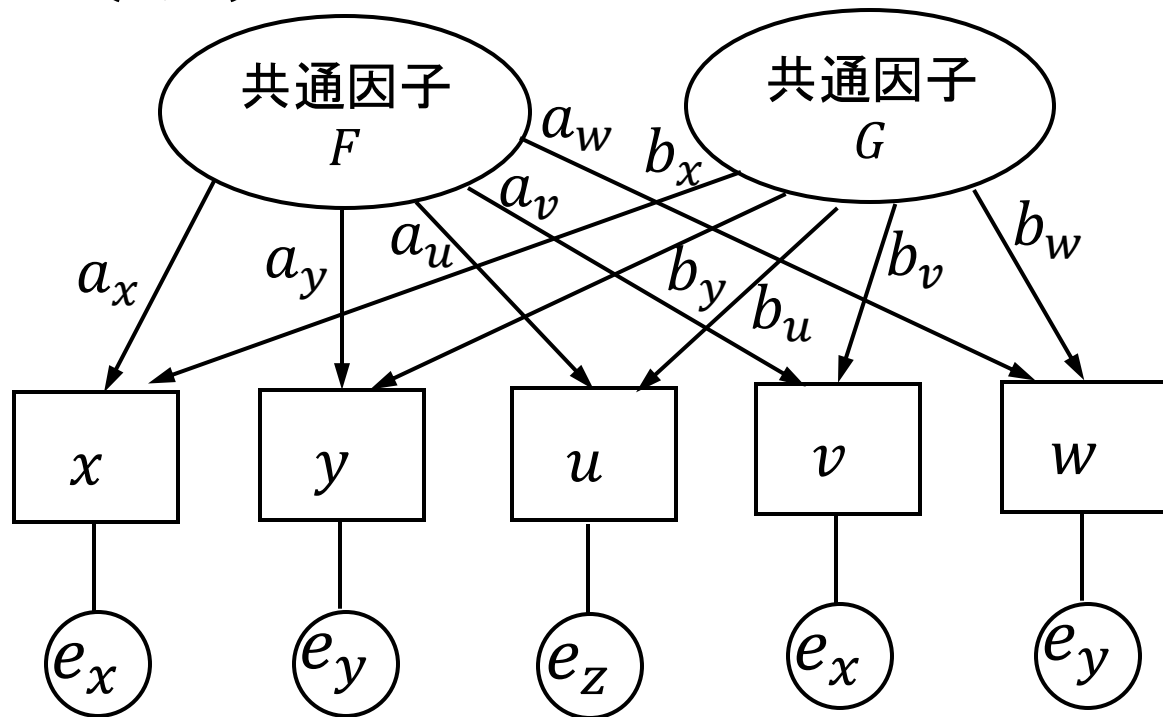
$$Cov(F, e_x) = Cov(F, e_y) = \dots = Cov(F, e_w) = 0$$

$$Cov(G, e_x) = Cov(G, e_y) = \dots = Cov(G, e_w) = 0$$

$$Cov(e_x, e_y) = Cov(e_x, e_u) = \dots = Cov(e_v, e_{xw}) = 0$$

$$Cov(F, G) = 0$$

	x	y	u	v	w
1	x_1	x_1	u_1	v	w_1
2	x_2	x_2	u_2	v_2	w_2
...
n	x_n	x_n	u_n	v_n	w_n



$$S_x^2 = a_x^2 S_F^2 + b_x^2 S_G^2 + V(e_x) \quad \dots \quad S_w^2 = a_w^2 S_F^2 + b_w^2 S_G^2 + V(e_w)$$

$$S_{xy} = a_x a_y + b_x b_y, \quad S_{xu} = a_x a_u + b_x b_u, \quad \dots \quad S_{vw} = a_v a_w + b_v b_w$$

$$S_x^2 = S_y^2 = \dots = S_w^2 = 1, \quad S_F^2 = S_G^2 = 1$$

$$S_{xy} = r_{xy}, \quad S_{xu} = r_{xu}, \quad \dots \quad S_{vw} = r_{vw}$$

$$1 = a_x^2 + b_x^2 + V(e_x), \quad 1 = a_y^2 + b_y^2 + V(e_y) \quad \dots \quad 1 = a_w^2 + b_w^2 + V(e_w)$$

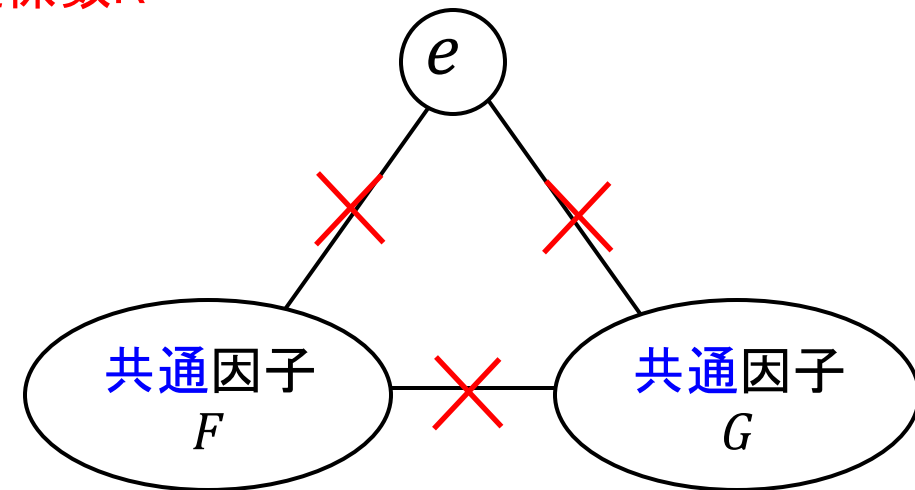
$$r_{xy} = a_x a_y + b_x b_y, \quad r_{xu} = a_x a_u + b_x b_u, \quad \dots \quad r_{vw} = a_v a_w + b_v b_w$$

1		
共通性		
$a_x^2 + b_x^2$	0.857	$V(e_x)$
$a_y^2 + b_y^2$	0.780	$V(e_y)$
$a_u^2 + b_u^2$	0.749	$V(e_u)$
$a_v^2 + b_v^2$	0.820	$V(e_v)$
$a_w^2 + b_w^2$	0.232	$V(e_w)$ 独自性

共通因子で説明される部分

= 回帰分析から説明できる **決定係数 R^2**

= $\frac{\text{目的変量の予測値の分散}}{\text{目的変量の実測値の分散}}$



決定係数R²は、目的変量に関する重回帰分析より算出

数学を目的変量としてExcelの分析ツールを実行

数学	理科	社会	英語	国語	概要								
71	64	83	100	71									
34	48	67	57	68									
58	59	78	87	66									
41	51	70	60	72									
69	56	74	81	66									
64	65	82	100	71									
16	45	63	7	59									
59	59	78	59	62									
57	54	84	73	72									
46	54	71	43	62									
23	49	64	33	70									
39	48	71	29	66									
46	55	68	42	61									
52	56	82	67	60									
39	53	78	52	72									
23	43	63	35	59									
37	45	67	39	70									
52	51	74	65	69									
63	56	79	91	70									
39	49	73	64	60									
					回帰統計								
					重相関 R	0.926							
					重決定 R2	0.857							
					補正 R2	0.819							
					標準誤差	6.638							
					観測数	20							
					分散分析表								
					自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F				
					回帰	4	3963.804	990.9509	22.48765894	3.42E-06			
					残差	15	660.9965	44.06643					
					合計	19	4624.8						
					係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%	
					切片	-42.0268	34.18899	-1.22925	0.23791321	-114.899	30.84532	-114.899	30.84532
					X 値 1	0.884543	0.489277	1.807857	0.090720372	-0.15833	1.927412	-0.15833	1.927412
					X 値 2	0.466475	0.427894	1.090166	0.292843906	-0.44556	1.378509	-0.44556	1.378509
					X 値 3	0.287532	0.123252	2.332872	0.033990225	0.024826	0.550238	0.024826	0.550238
					X 値 4	-0.14688	0.357331	-0.41106	0.686841748	-0.90852	0.614749	-0.90852	0.614749

	数学	理科	社会	英語	国語
決定係数R ²	0.857	0.780	0.749	0.820	0.232

$$a_x^2 + b_x^2 = 0.857, \quad a_y^2 + b_y^2 = 0.780$$

$$a_u^2 + b_u^2 = 0.749, \quad a_v^2 + b_v^2 = 0.820$$

$$a_w^2 + b_w^2 = 0.232$$

相関係数

		数学	理科	社会	英語	国語
		x	y	u	v	w
数学	x	1.000	0.866	0.838	0.881	0.325
理科	y	0.866	1.000	0.810	0.809	0.273
社会	u	0.838	0.810	1.000	0.811	0.357
英語	v	0.881	0.809	0.811	1.000	0.444
国語	w	0.325	0.273	0.357	0.444	1.000

$$r_{xy} = a_x a_y + b_x b_y = 0.866 \quad r_{xu} = a_x a_u + b_x b_u = 0.838, \quad \dots, \quad r_{vw} = a_v a_w + b_v b_w = 0.444$$

誤差の平方和

$$Q = (a_x^2 + b_x^2 - 0.857)^2 + (a_y^2 + b_y^2 - 0.780)^2 + \dots + (a_w^2 + b_w^2 - 0.232)^2$$

$$+ 2(a_x a_y + b_x b_y - 0.866)^2 + 2(a_x a_u + b_x b_u - 0.838)^2 + \dots + 2(a_v a_w + b_v b_w - 0.444)^2$$

相関行列		数学	理科	社会	英語	国語
		x	y	u	v	w
数学	x	1.000	0.866	0.838	0.881	0.325
理科	y	0.866	1.000	0.810	0.809	0.273
社会	u	0.838	0.810	1.000	0.811	0.357
英語	v	0.881	0.809	0.811	1.000	0.444
国語	w	0.325	0.273	0.357	0.444	1.000

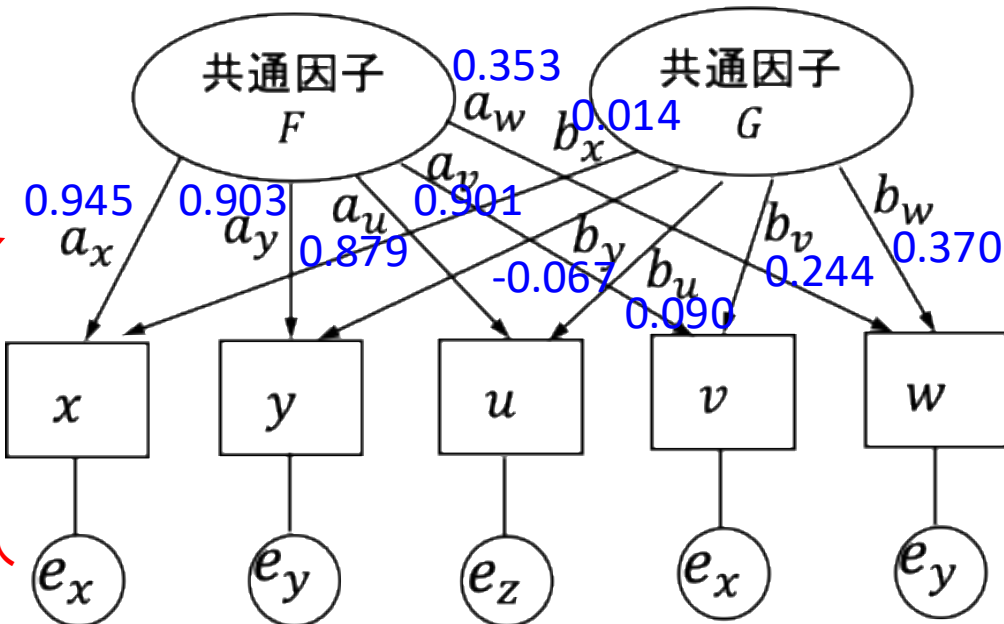
決定係数R ²	数学	理科	社会	英語	国語
	0.857	0.780	0.749	0.820	0.232

因子決定行列	数学	理科	社会	英語	国語
	0.857	0.866	0.838	0.881	0.325
	0.866	0.780	0.810	0.809	0.273
	0.838	0.810	0.749	0.811	0.357
	0.881	0.809	0.811	0.820	0.444
	0.325	0.273	0.357	0.444	0.232

因子負荷行列						
A		A ^t				
		a	b			
x	0.945	0.014	0.945	0.903	0.88	0.9
y	0.903	-0.067	0.014	-0.07	0.09	0.24
u	0.879	0.090				
v	0.901	0.244				
w	0.353	0.370				

A ^t A						
		0.894	0.853	0.832	0.855	0.340
		0.853	0.820	0.788	0.797	0.294
		0.832	0.788	0.781	0.814	0.344
		0.855	0.797	0.814	0.871	0.409
		0.340	0.294	0.344	0.409	0.262

誤差Q 0.015 $Q = (R_F - A^t A)^2$



←相関行列の対角に決定係数を代入

Excelのソルバーを用いて、Qが最小になる因子負荷行列Aを求める