自由度って何？

・自由度の数 = 「観測値」の数 − 観測値間に必要な関係の数（パラメータ推定値の数）
・データの「観測値」の数（情報の件数）
・「自由に決めることができる値の数」
・「観察値の数から推計値を除いた数」
・「計算に対する（計算の）自由度」
・「標本分散に対する（標本分散の）自由度」

7つの帽子があります。日替わりで選ぶと、6日目で最後の一つは決まってしまいます

1サンプルt検定：　平均の推定に自由度1を使い、変動の推定に残りの自由度n − 1を使う

不偏分散：

$$V = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \qquad V = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}$$

χ^2検定：$f = (r - 1)(c - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$

?の2箇所が決まれば残りが決まる→

		支持政党			合計
		A	B	C	
性別	男	?			80
	女		?		120
合計		80	60	60	200

回帰直線：　$f = n - 2$　←・回帰直線は傾きと切片が決まれば、決まる
・回帰直線は、xの平均値$\bar{x}$とyの平均値$\bar{y}$で決まる
→詳細は、p.2〜p.4の式をご覧ください

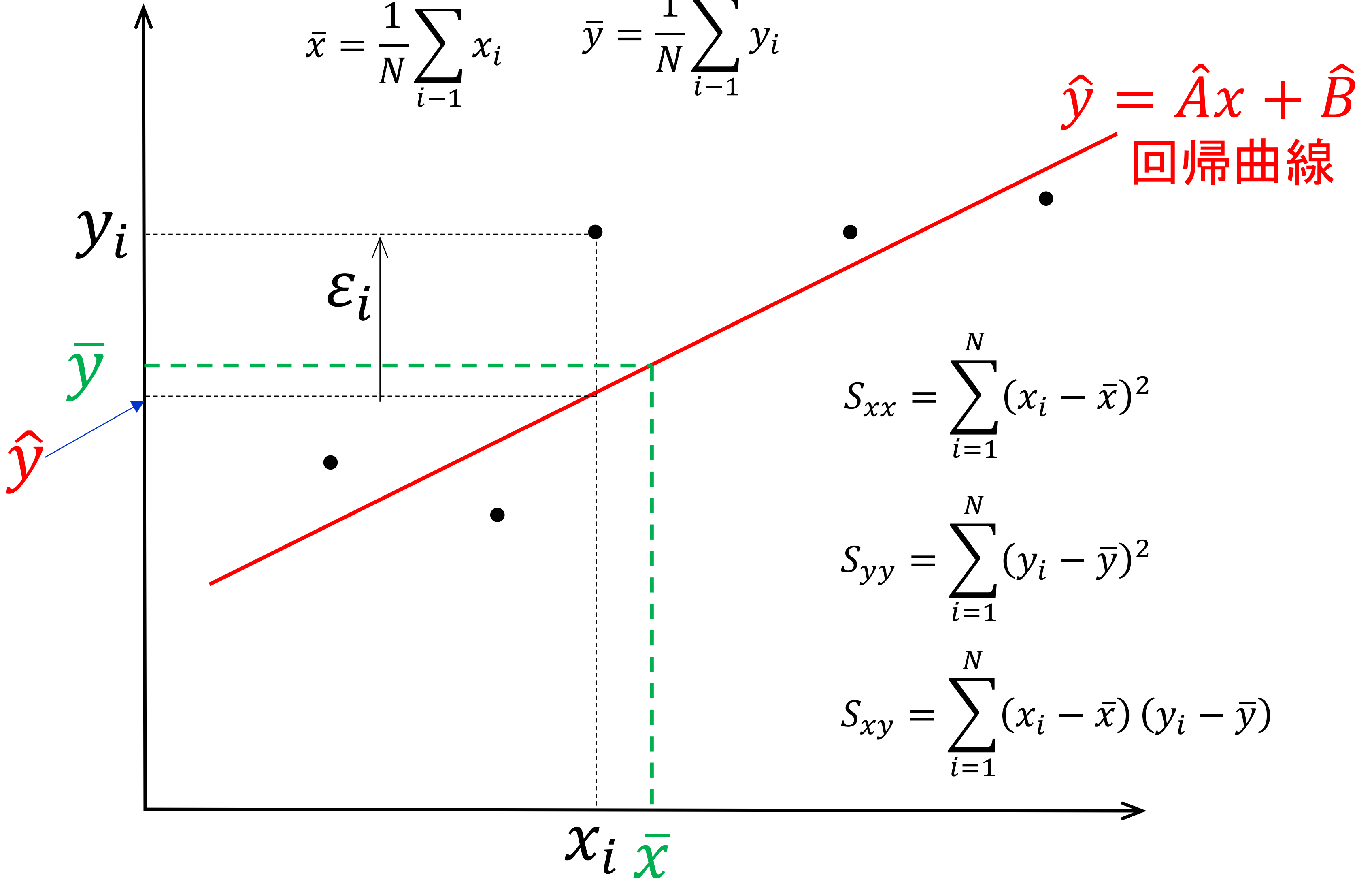
相関係数も同様

再掲

回帰曲線の信頼区間を算出

$$S_{\varepsilon\epsilon} = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i-1}^{N} \left(y_i - \hat{B} - \hat{A}x_i\right)^2$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} x_i \qquad \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} y_i$$



$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y})$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} x_i^2$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i-1}^{N} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{N} x_i\bar{x} + \sum_{i=1}^{N}\bar{x}^2 = N\,\overline{x^2} - 2N\bar{x}^2 + N\bar{x}^2$$
$$= N(\overline{x^2} - \bar{x}^2)$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} y_i^2$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i-1}^{N} y_i^2 - 2\sum_{i=1}^{N} y_i\bar{y} + \sum_{i=1}^{N}\bar{y}^2 = N\,\overline{y^2} - 2N\bar{y}^2 + N\bar{y}^2$$
$$= N(\overline{y^2} - \bar{y}^2)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{N}(x_i y_i - \bar{x}y_i - x_i\bar{y} + \bar{x}\bar{y})$$
$$= N\overline{xy} - 2N\bar{x}\bar{y} + N\bar{x}\bar{y}$$
$$= N(\overline{xy} - \bar{x}\bar{y})$$

回帰曲線$\hat{y} = \hat{A}x + \hat{B}$ の係数$\hat{A}$及び$\hat{B}$を最小二乗法で算出する

$$S_{\varepsilon\epsilon} = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i-1}^{N} \left(y_i - \hat{B} - \hat{A}x_i\right)^2$$

$$\frac{\partial s_{\varepsilon\varepsilon}}{\partial \hat{B}} = -2\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \left(y_i - \hat{B} - \hat{A}x_i\right) = 0 \quad \cdots\cdots ① \longrightarrow \boldsymbol{\hat{B} + \hat{A}\bar{x} = \bar{y}}$$

$$\frac{\partial s_{\varepsilon\varepsilon}}{\partial \hat{A}} = -2\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \left(y_i - \hat{B} - \hat{A}x_i\right) x_i = 0 \quad \cdots\cdots ②$$

$$\sum_{i-1}^{N} (y_i - \hat{B} - \hat{A}x_i)x_i = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i y_i - \hat{B}x_i - \hat{A}{x_i}^2\right) = N\overline{xy} - N\hat{B}\bar{x} - N\hat{A}\overline{x_2} = 0$$

$$S_{xx} = N(\overline{x^2} - \bar{x}^2)$$

$$S_{yy} = N(\overline{y^2} - \bar{y}^2)$$

$$S_{xy} = N(\overline{xy} - \bar{x}\bar{y})$$

$$N\overline{xy} - N\hat{B}\bar{x} - N\hat{A}\overline{x^2} = 0$$

$$N\overline{xy} - N\ \bar{x}(\boldsymbol{\bar{y}} - \boldsymbol{\hat{A}\bar{x}}) - N\hat{A}\overline{x^2} = 0$$

$$N\hat{A}(\overline{x^2} - \bar{x}^2) = N(\overline{xy} - \bar{x}\bar{y})$$

$$\hat{A} = \frac{N(\overline{xy} - \bar{x}\bar{y})}{N(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$\boldsymbol{\hat{B} = \bar{y} - \frac{S_{xy}}{S_{xx}}\bar{x}} \qquad \boldsymbol{\hat{A} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}} \qquad \boldsymbol{\hat{A} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}\sqrt{\frac{S_{yy}}{S_{xx}}} = r\sqrt{\frac{S_{yy}}{S_{xx}}}}$$