有意差検定

差があることを証明したい場合、

帰無仮説：　差がない

対立仮説：　差がある

として、帰無仮説を棄却して対立仮説を採用します

↓

棄却された場合　→　差がある

棄却されない場合　→　差があるとは言えない　≠　同等である

消極的

積極的に

差がないことを証明したい場合はどうするか？

例　旧検査法と新検査法は同等である（差がない）ことを示したい

旧検査法の検査値の平均値$\mu_{旧}$
新検査法の検査値の平均値$\mu_{新}$

帰無仮説：　$\mu_{新} = \mu_{旧} - \Delta$（許容差）　←Δ（許容差）だけ新法は旧法より劣っている
対立仮説：　$\mu_{新} > \mu_{旧} - \Delta$（許容差）　←新法は旧法よりΔ（許容差）以上劣っていない

統計量の式

対応ありの場合　$T = \dfrac{\bar{d} - \Delta}{\sigma / \sqrt{n}}$　or　$T = \dfrac{\bar{d} - \Delta}{s / \sqrt{n-1}}$

対応なしの場合　$T = \dfrac{\bar{x}_1 - (\bar{x}_2 - \Delta)}{\sqrt{\sigma^2 \left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$

片側検定を実施　→　「有意差あり」で同等と判定

Minitabの事例

あるコンタクトレンズメーカーのエンジニアが、コンタクトレンズ用の新しい洗浄液をテストします。エンジニアは、新しい洗浄液のレンズ洗浄力がトップブランドと同じであることを検証したいと考えています。そこで、14人の参加者がコンタクトレンズを1日装着し、その後レンズを洗浄します。各参加者は、片方のレンズを新しい洗浄液で洗浄し、もう一方のレンズをトップブランドの洗浄液で洗浄します。エンジニアは、レンズ上で1滴の液体の接触角を測定することで、各レンズの清浄度を評価します。接触角は、レンズ上の膜や付着物に影響されます。同等であるには、新しい洗浄液の平均角度がトップブランドの平均角度の±0.5度以内である必要があります。

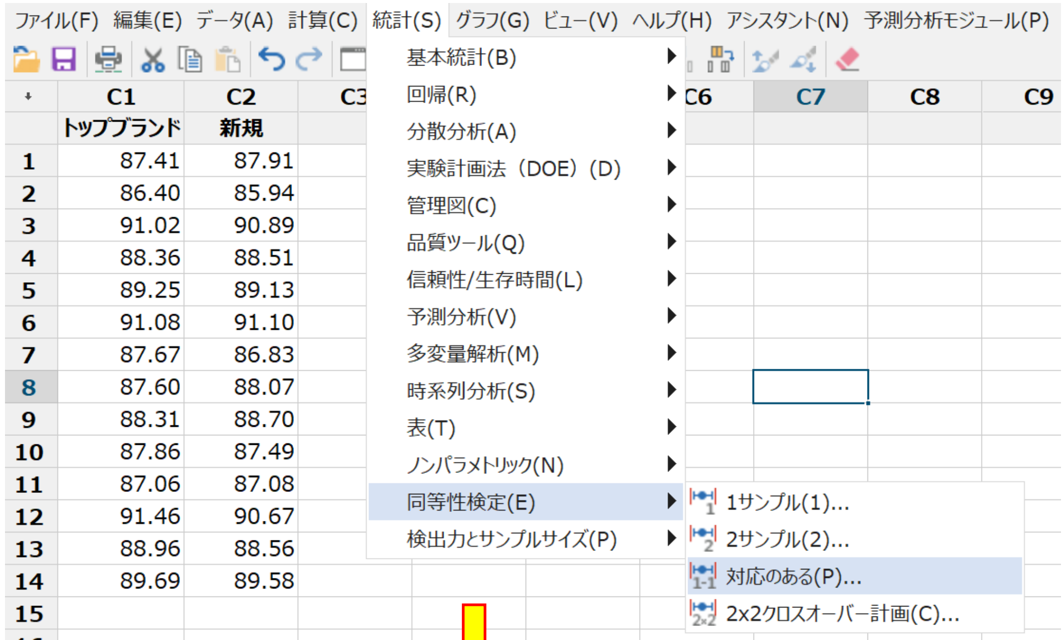
対応がある

エンジニアは、2つの洗浄液が同等であるかどうかを調べるために対応のあるデータを使用した同等性検定を行います。

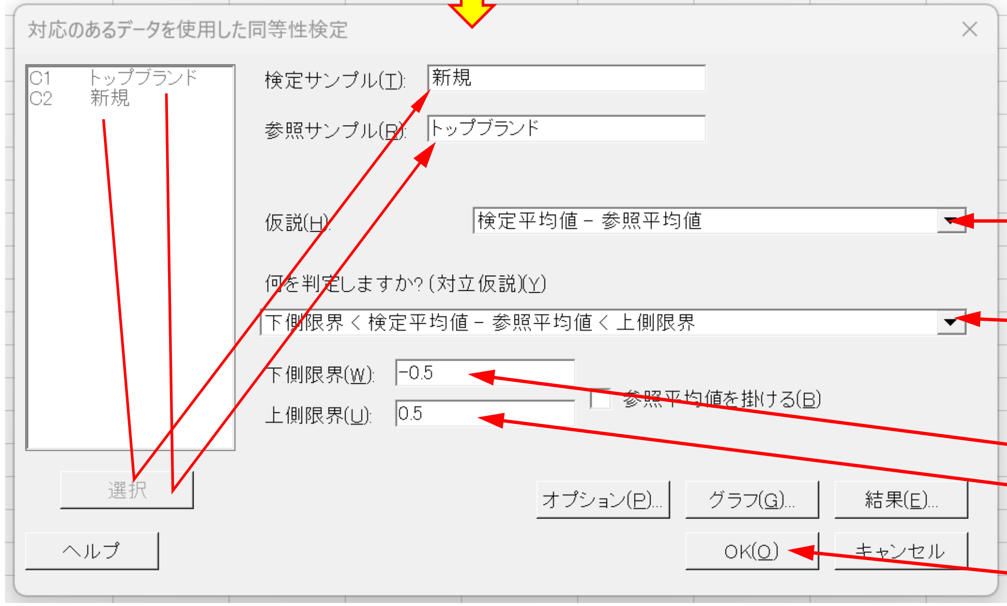
1. サンプルデータコンタクトレンズ洗浄液.MTWを開きます。
2. **統計** > **同等性検定** > **対応のある**を選択します。
3. **検定サンプル**に*新規*を入力します。
4. **参照サンプル**に*トップブランド*を入力します。
5. **仮説**から**検定平均値 - 参照平均値**を選択します。
6. **何を判定しますか? (対立仮説)**から**下側限界 < 検定平均値 - 参照平均値 < 上側限界**を選択します。
7. **下側限界**に*-0.5*を入力します。
8. **上側限界**に*0.5*を入力します。
9. **OK**をクリックします。

出典：https://support.minitab.com/ja-jp/minitab/help-and-how-to/statistics/equivalence-tests/how-to/equivalence-test-with-paired-data/before-you-start/example/

①「コンタクトレンズ洗浄液.MTW 」を開くか直接数値を入力する
→統計→同等性検定→対応のある をクリック



	C1	C2
	トップブランド	新規
1	87.41	87.91
2	86.40	85.94
3	91.02	90.89
4	88.36	88.51
5	89.25	89.13
6	91.08	91.10
7	87.67	86.83
8	87.60	88.07
9	88.31	88.70
10	87.86	87.49
11	87.06	87.08
12	91.46	90.67
13	88.96	88.56
14	89.69	89.58
15		



②検定サンプル←新規
参照サンプル←トップブランド

仮説←「検定平均値ー参照平均値」

対立仮説←下限限界＜検定平均値ー参照平均値＜上限限界

下限限界← -0.5
上限限界← 0.5

OK

解析結果

方法

検定平均 = 新規の平均
参照平均 = トップブランドの平均

記述統計量

変数	N	平均	標準偏差	平均の標準誤差
新規	14	88.604	1.5578	0.41634
トップブランド	14	88.724	1.5907	0.42514

差: 平均(新規) - 平均(トップブランド)

差	標準偏差	標準誤差	95% 同等の CI	同等性区間
-0.11929	0.42324	0.11312	(-0.319605, 0.0810335)	(-0.5, 0.5)

信頼区間が同等性区間内にあります。同等性の請求が可能。

検定

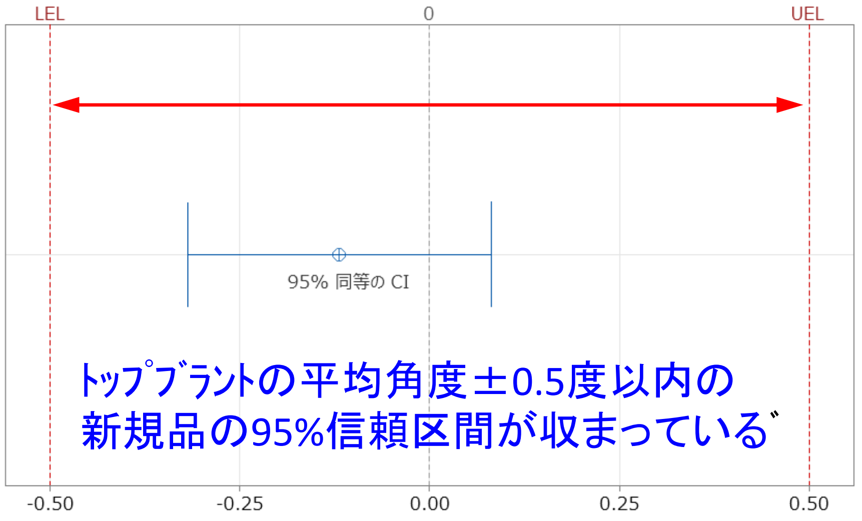
帰無仮説: 差 ≤ -0.5 または 差 ≥ 0.5
対立仮説: -0.5 < 差 < 0.5
α水準: 0.05

帰無仮説	自由度	t値	p値
差 ≤ -0.5	13	3.3657	0.003
差 ≥ 0.5	13	-5.4748	0.000

2つのP値のうち、大きい方が0.003です。同等性の請求が可能。

両側のp値が何れも0.05以下のため、帰無仮説を棄却
→新規品は同等である

同等性検定: 平均(新規) - 平均(トップブランド)
(LEL = 下方同等性限界、UEL = 上方同等性限界)



トップブランドの平均角度±0.5度以内の新規品の95%信頼区間が収まっている

平均値(新規)および平均値(トップブランド)と同等の95%信頼区間: *(-0.31960, 0.081034)*
信頼区間が*(-0.5, 0.5)*の同等性区間内にあります。同等性の請求が可能。

方法

検定平均 = 新規の平均
参照平均 = トップブランドの平均

記述統計量

変数	N	平均	標準偏差	平均の標準誤差
新規	14	88.604	1.5578	0.41634
トップブランド	14	88.724	1.5907	0.42514

差: 平均(新規) - 平均(トップブランド)

差	標準偏差	標準誤差	95% 同等の CI	同等性区間
-0.11929	0.42324	0.11312	(-0.319605, 0.0810335)	(-0.5, 0.5)

信頼区間が同等性区間内にあります。同等性の請求が可能。

検定

帰無仮説:　差 ≤ -0.5 または 差 ≥ 0.5
対立仮説:　-0.5 < 差 < 0.5
α水準:　0.05

帰無仮説	自由度	t値	p値
差 ≤ -0.5	13	3.3657	0.003
差 ≥ 0.5	13	-5.4748	0.000

2つのP値のうち、大きい方が0.003です。同等性の請求が可能。

Excelで検証→

算出式	Excel関数
データ数	=COUNT(B2:B15)
$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{14}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$	=STDEV.S(B2:B15)
$\sigma/\sqrt{n}$	=B18/SQRT(B16)
平均値の差	=C17−B17
$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{14}(x_{di} - \bar{x})^2}{n-1}}$	=STDEV.S(D2:D15)
$\sigma_d/\sqrt{n}$	=B22/SQRT(B16)
95%のt値	=T.INV(0.95,13)
5%のt値	=T.INV(0.05,13)
−0.5のt値	=(B21−(−0.5))/B23
+0.5のt値	=(B21−0.5)/B23

	A	B	C	D
1		トップブランド	新規	差
2		87.41	87.91	0.5
3		86.4	85.94	−0.46
4		91.02	90.89	−0.13
5		88.36	88.51	0.15
6		89.25	89.13	−0.12
7		91.08	91.1	0.02
8		87.67	86.83	−0.84
9		87.6	88.07	0.47
10		88.31	88.7	0.39
11		87.86	87.49	−0.37
12		87.06	87.08	0.02
13		91.46	90.67	−0.79
14		88.96	88.56	−0.4
15		89.69	89.58	−0.11
16	n数	14	14	
17	平均値	88.724	88.604	
18	標準偏差	1.5907	1.5578	
19	標準誤差	0.42514	0.41634	
20				
21	差	−0.11929		
22	標準偏差	0.42324		
23	標準誤差	0.11312		
24	上限95%	1.7709	0.0810335	
25	下限95%	−1.7709	−0.319605	
26				
27	帰無仮説	t値	p値	
28	差≦−0.5	3.3657	0.003	
29	差≧0.5	−5.4748	9.999E−01	

差＋(95%のt値)×標準誤差	=B21+B24*B23
差＋(5%のt値)×標準誤差	=B21+B25*B23
差≦−0.5となる確率p値	=TDIST(B28,13,1)
差≧0.5となる確率p値	=1−TDIST(−B29,13,1)

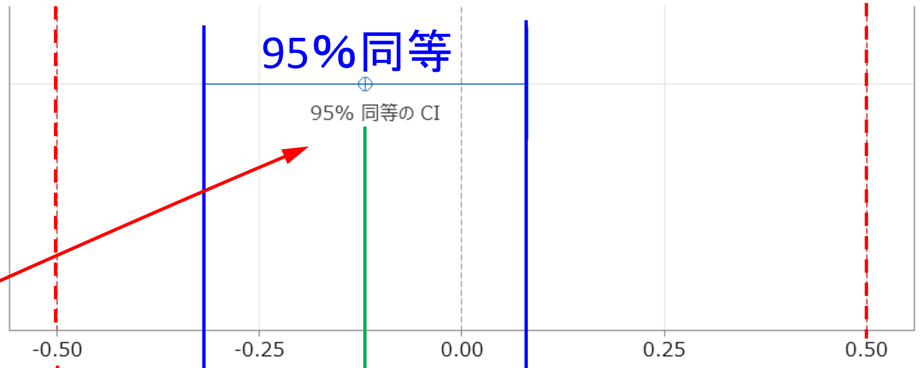
記述統計量

変数	N	平均	標準偏差	平均の標準誤差
新規	14	88.604	1.5578	0.41634
トップブランド	14	88.724	1.5907	0.42514

差: 平均(新規) - 平均(トップブランド)

差	標準偏差	標準誤差	95% 同等の CI	同等性区間
-0.11929	0.42324	0.11312	(-0.319605, 0.0810335)	(-0.5, 0.5)

信頼区間が同等性区間内にあります。同等性の請求が可能。



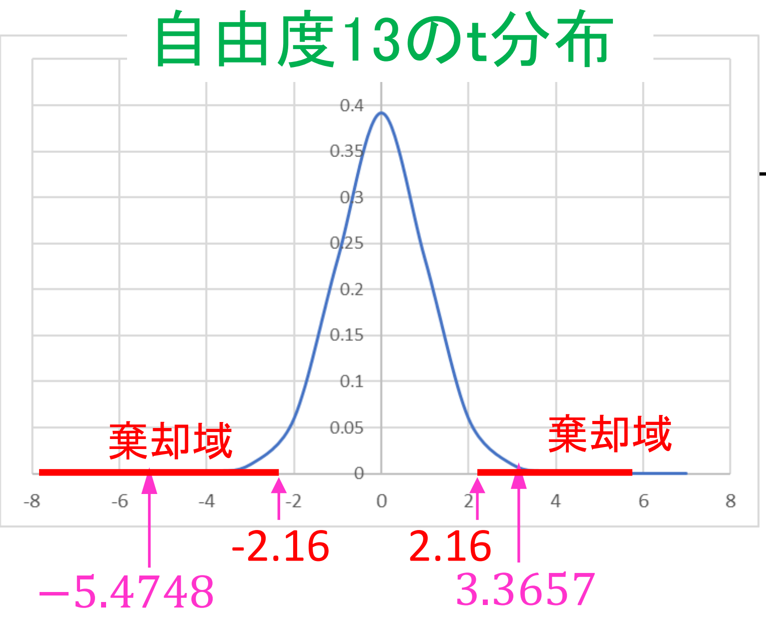
平均値(新規)および平均値(トップブランド)と同等の95%信頼区間: *(-0.31960, 0.081034)*
信頼区間が*(-0.5, 0.5)*の同等性区間内にあります。同等性の請求が可能。

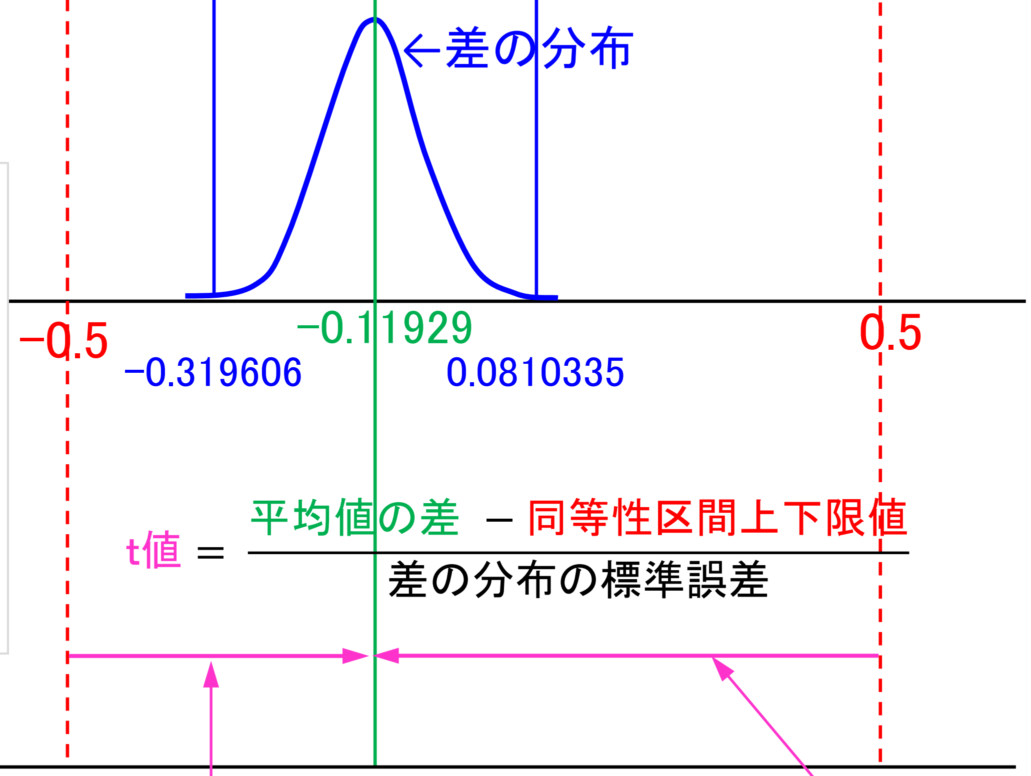
検定

帰無仮説: 差 ≤ -0.5 または 差 ≥ 0.5
対立仮説: -0.5 < 差 < 0.5
α水準: 0.05

帰無仮説	自由度	t値	p値
差 ≤ -0.5	13	3.3657	0.003
差 ≥ 0.5	13	-5.4748	0.000

2つのP値のうち、大きい方が0.003です。同等性の請求が可能。





$$\text{t値} = \frac{\text{平均値の差} - \text{同等性区間上下限値}}{\text{差の分布の標準誤差}}$$

$$\frac{-0.11929 - (-0.5)}{0.11312} = 3.3657 \qquad \frac{-0.11929 - (0.5)}{0.11312} = -5.4748$$

いずれも、t値＜-2,16、2.16＜t値
（p値＜0.05）で棄却域にあるので
帰無仮説は棄却、対立仮説採用
→-0.5＜差＜0.5