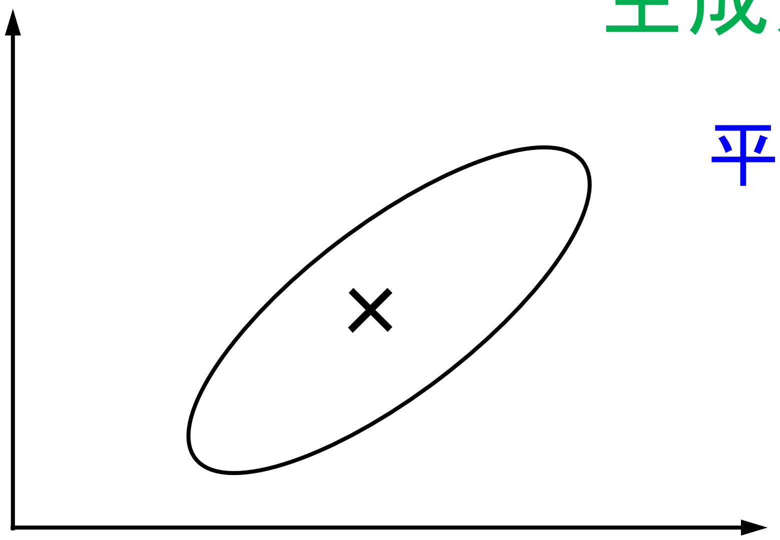
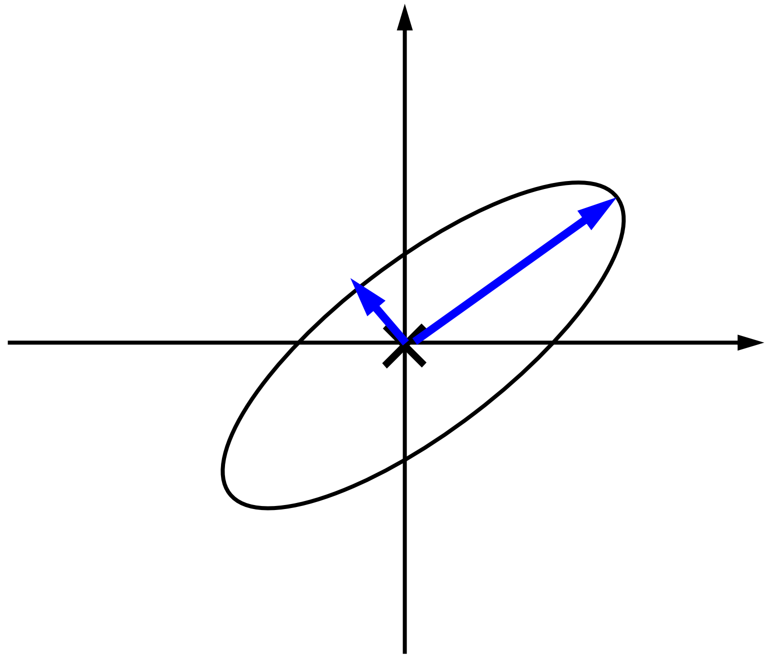
主成分分析のイメージ図



平均値を差引く(中心化)



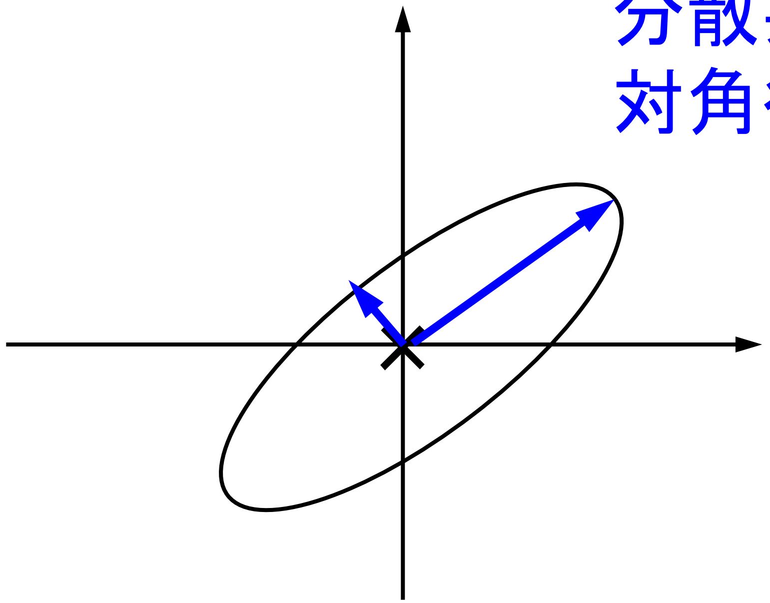
分散 $V_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad V_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$

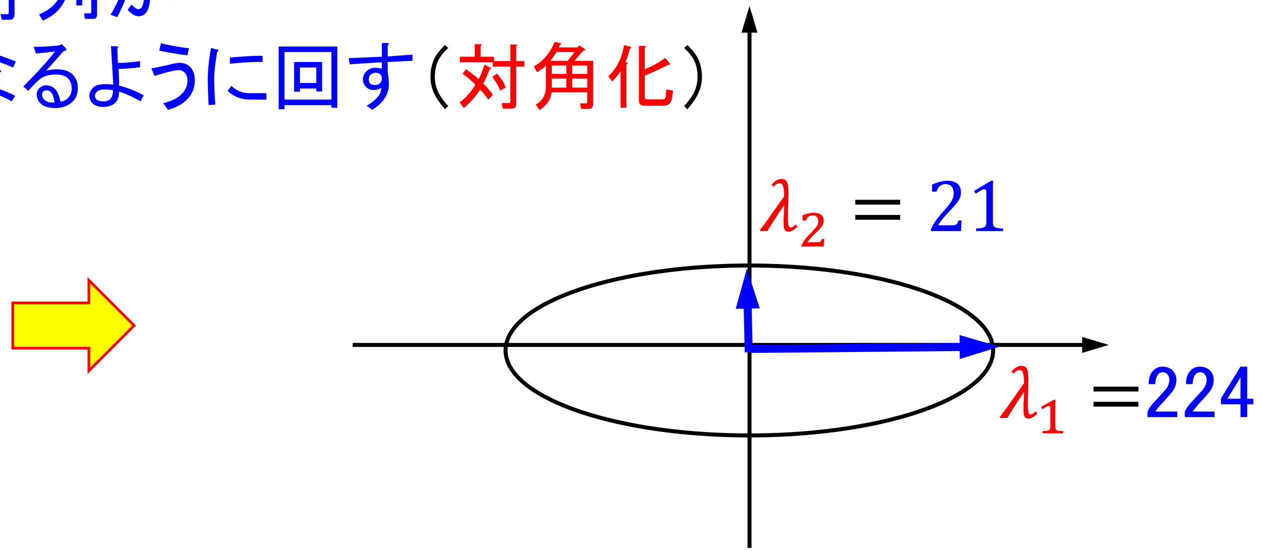
共分散 $S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

$$\frac{1}{n}X^T\mathrm{X} = \frac{1}{n}\begin{bmatrix} x_1 - \bar{x} & \cdots & x_n - \bar{x} \\ y_1 - \bar{y} & \cdots & y_n - \bar{y} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 - \bar{x} & y_1 - \bar{y} \\ \vdots & \vdots \\ x_n - \bar{x} & y_n - \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x & S_{xy} \\ S_{xy} & V_y \end{bmatrix} = S$$

分散共分散行列

分散共分散行列が
対角行列になるように回す（対角化）





分散共分散行列

$$S = \begin{bmatrix} V_x & S_{xy} \\ S_{xy} & V_y \end{bmatrix}$$

直交行列Pによって対角化

$$P^T S P = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} V_x - \lambda & S_{xy} \\ S_{xy} & V_y - \lambda \end{bmatrix} = 0$として$\lambda$を求める

$$(V_x - \lambda)\left(V_y - \lambda\right) - {S_{xy}}^2 = 0$$

$$\lambda^2 - \left(V_x + V_y\right)\lambda + V_x V_y - {S_{xy}}^2 = 0$$

$V_x = 133.5$

$V_y = 111.7$

$S_{xy} = 100.2$　のとき

$\lambda_1 = 224$

$\lambda_2 = 21$