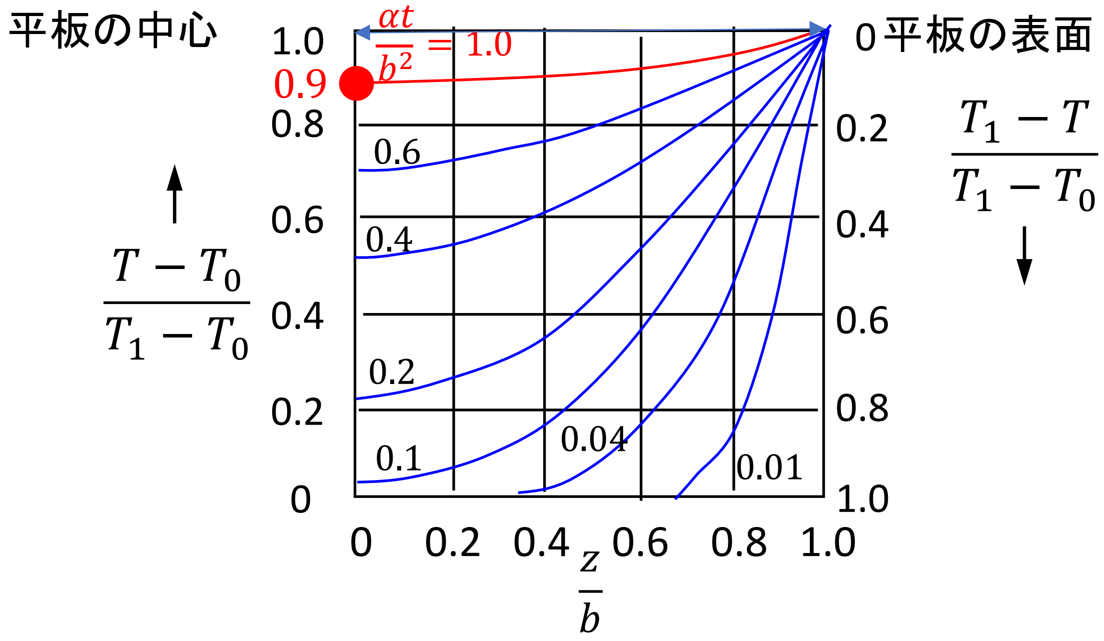


熱移動の偏微分方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

非定常温度分布の解

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\sin(\beta_n)}{\{\sin(2\beta_n) + 2\beta_n\}} exp(-\beta_n F) \cos(\beta_n X)$$

$$\beta_n = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \cdots\cdots \frac{(2n+1)\pi}{2}$$

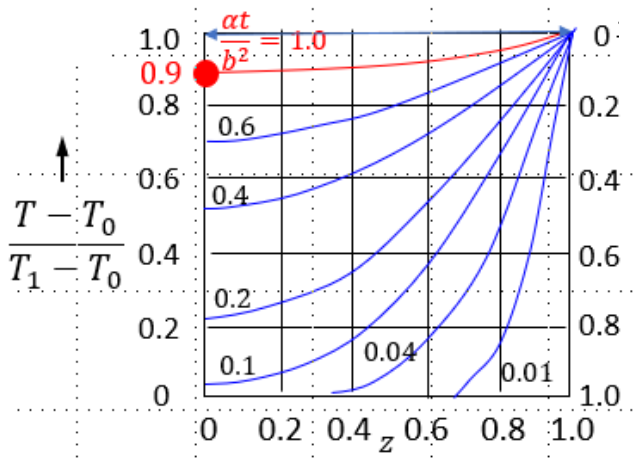
$$X = \frac{z}{b} \qquad F = \frac{\alpha t}{b^2}$$

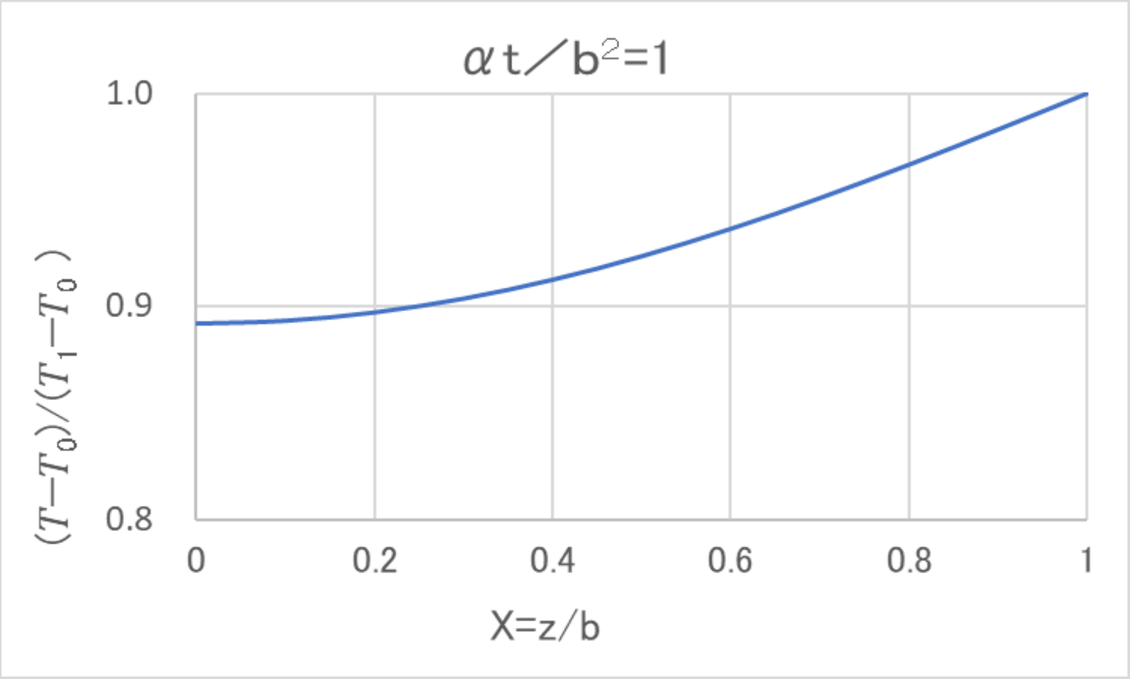
b : 板厚
z : z方向任意の座標
α : 熱拡散係数
t : 時間

F=αt／b²＝1として、曲線を描く

X	θ	βn	1.571	4.712	7.854	10.996	14.137
0	0.892		0.108	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.893		0.107	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.897		0.103	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3	0.904		0.096	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	0.913		0.087	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.924		0.076	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.937		0.063	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	0.951		0.049	0.000	0.000	0.000	0.000
0.8	0.967		0.033	0.000	0.000	0.000	0.000
0.9	0.983		0.017	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

....

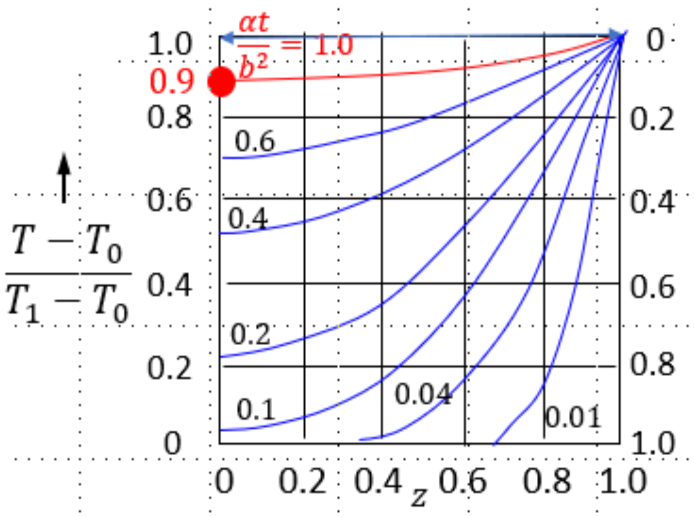


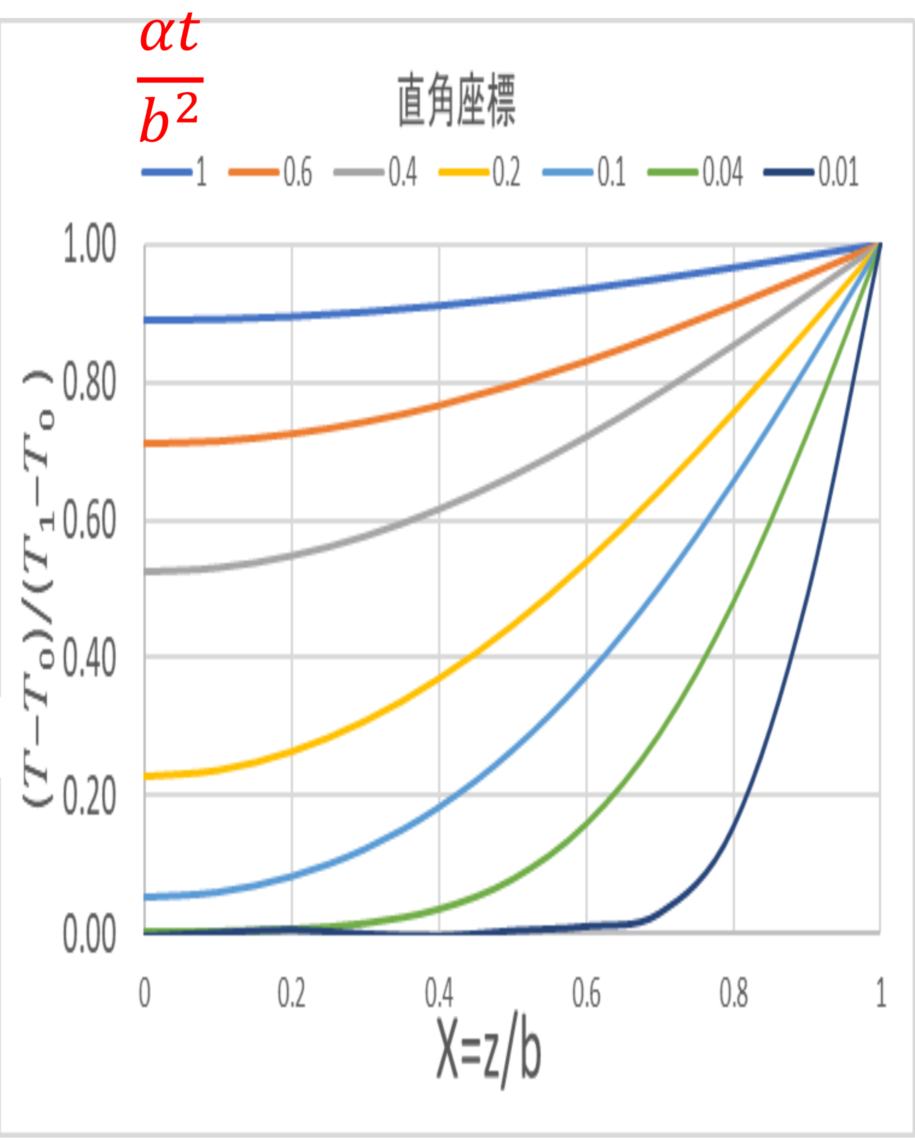


$$\theta = \frac{T-T_0}{T_1-T_0} = 1 - \boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\sin(\beta_n)}{\{\sin(2\beta_n)+2\beta_n\}} exp(-\beta_n F)\cos(\beta_n X)}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\sin(\beta_n)}{\{\sin(2\beta_n) + 2\beta_n\}} exp(-\beta_n F)\cos(\beta_n X)$$

	F=αt／b^2						
X	1	0.6	0.4	0.2	0.1	0.04	0.01
0	0.89	0.71	0.53	0.23	0.05	0.00	0.00
0.1	0.89	0.71	0.53	0.24	0.06	0.00	0.00
0.2	0.90	0.72	0.55	0.26	0.08	0.00	0.00
0.3	0.90	0.74	0.58	0.31	0.12	0.01	0.00
0.4	0.91	0.77	0.62	0.37	0.18	0.03	0.00
0.5	0.92	0.80	0.66	0.45	0.26	0.08	0.00
0.6	0.94	0.83	0.72	0.54	0.37	0.16	0.01
0.7	0.95	0.87	0.78	0.64	0.50	0.29	0.03
0.8	0.97	0.91	0.85	0.76	0.65	0.48	0.15
0.9	0.98	0.95	0.93	0.88	0.82	0.72	0.49
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00





事例3　非定常一次元

フーリエ数

$$\theta = \frac{(T - T_\infty)}{(T_h - T_\infty)} \qquad F_o = \frac{at}{b^2} \qquad X = \frac{x}{b}$$

基礎方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{d^2T}{dx^2} \qquad a = \frac{\lambda}{\rho c}\text{: 温度伝導率}$$

無次元化

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0} = a\frac{d^2\theta}{dX^2}$$

初期条件及び境界条件

t＝0、0≦x≦bで　$T=T_\infty$
t＞0、x＝0で　$T_0=T_h$
t＞0、x＝bで　$T_b=T_\infty$

F_0＝0、0≦X≦1で　Θ＝0
F_0＞0、X＝0で　Θ_0＝1
F_0＞0、X＝1で　Θ_b＝0

差分方程式

$$\frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta t} = a\frac{T_{i+1}^{k+1} - 2T_i^{k+1} + T_{i-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{Q_v}{\rho c}$$

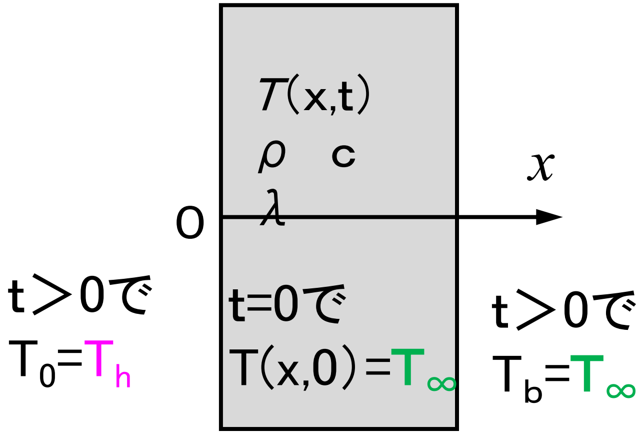
$$T_i^{k+1} = \frac{1}{1+2c_x}\left\{c_x(T_{i+1}^{k+1} + T_{i-1}^{k+1}) + T_i^k + c_q Q_v\right\}$$

ここで、$a = \dfrac{\lambda}{\rho c} \qquad c_x = \dfrac{a\Delta t}{\Delta x^2} \qquad c_q = \dfrac{\Delta t}{\rho c}$

$$\frac{\theta_i^{k+1} - \theta_i^k}{\Delta F_0} = \frac{\theta_{i+1}^{k+1} - 2\theta_i^{k+1} + \theta_{i-1}^{k+1}}{\Delta X^2}$$

$$\theta_i^{k+1} = \frac{c_x}{1+2c_x}\left\{(\theta_{i+1}^{k+1} + \theta_{i-1}^{k+1}) + \left(\frac{1}{c_x}\right)\theta_i^k\right\}$$

ここで、$c_x = \dfrac{\Delta F_0}{\Delta X^2} = \dfrac{a\Delta t}{\Delta x^2}$



F_0＝0、0≦X_i≦1で　Θ_i^0＝0
F_0＞0、X_0＝0でΘ_0^k＝1
F_0＞0、X_M＝1でΘ_M^k＝0（Mは分割数）

事例3　非定常一次元

ファイル名： excel 303.xls

$$\theta_i^{k+1} = \frac{c_x}{1+2c_x}\left\{(\theta_{i+1}^{k+1} + \theta_{i-1}^{k+1}) + (\frac{1}{c_x})\theta_i^k\right\}$$

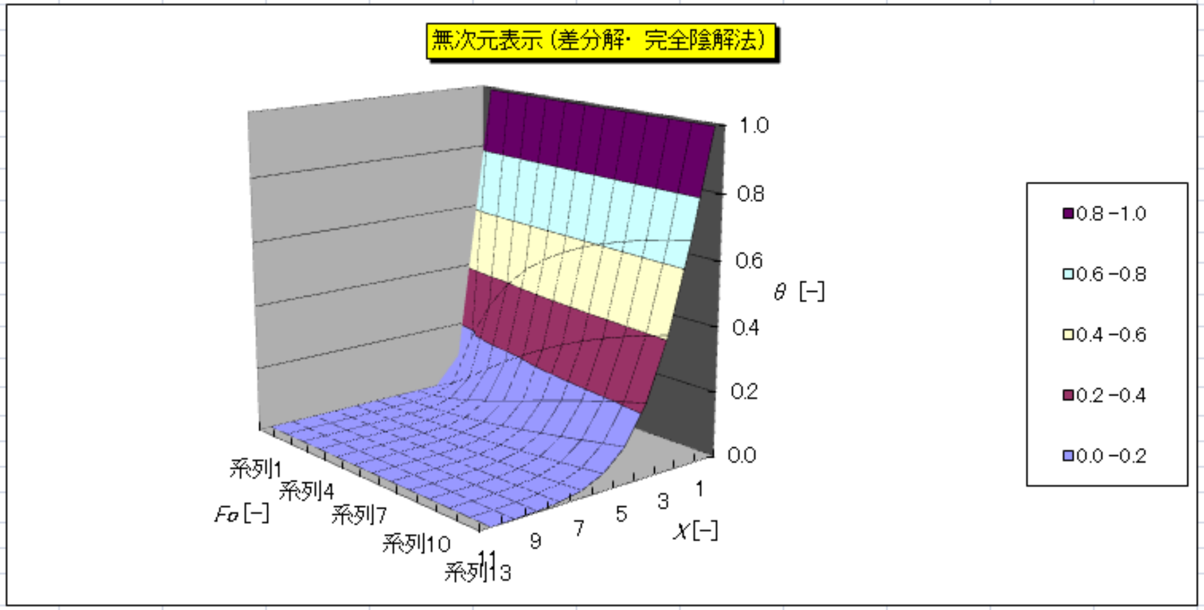
ここで、$c_x = \dfrac{\Delta F_0}{\Delta X^2} = \dfrac{a\Delta t}{\Delta x^2}$

$$=(\boxed{\$C\$22}/(1+2*\boxed{\$C\$22}))*(\boxed{F27}+\boxed{H27}+(1/\boxed{\$C\$22})\boxed{*G26})$$

平　板	
厚さ b [m]	0.01
比熱 c [J/(kg･K)]	200
密度 ρ [kg/m^3]	9500
熱伝導率 λ [W/(m･K)]	50
初期温度 $T = T_\infty$ [℃]	20
左面温度 $T_a = T_h$ [℃]	100
右面温度 $T_b = T_\infty$ [℃]	20
温度伝導率 $a = \lambda/(\rho \cdot c)$ [m^2/s]	2.63E-05
無次元初期温度 θ_∞ [-]	0
無次元左面温度 θ_a [-]	1
無次元右面温度 θ_b [-]	0
無次元座標 X 方向の分割数 M [-]	10
無次元座標 X方向のメッシュ幅 ΔX [-]	0.1

その他	
時間ステップ Δt [s]	0.01
無次元時間ステップ $\Delta Fo = a\Delta t / b^2$ [-]	2.63E-03

定　数	
$c_x = \Delta Fo/\Delta X^2$ [-]	2.63E-01



											X [-]
Fo [-]	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.00E+00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.63E-03	1.000	0.178	0.032	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.26E-03	1.000	0.302	0.076	0.017	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7.89E-03	1.000	0.392	0.123	0.034	0.009	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.05E-02	1.000	0.458	0.169	0.054	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1.32E-02	1.000	0.509	0.212	0.076	0.025	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1.58E-02	1.000	0.549	0.250	0.099	0.035	0.012	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
1.84E-02	1.000	0.581	0.285	0.122	0.047	0.017	0.006	0.002	0.001	0.000	0.000
2.11E-02	1.000	0.608	0.317	0.145	0.060	0.023	0.008	0.003	0.001	0.000	0.000
2.37E-02	1.000	0.630	0.345	0.167	0.073	0.029	0.011	0.004	0.001	0.000	0.000
2.63E-02	1.000	0.649	0.370	0.188	0.087	0.037	0.014	0.005	0.002	0.001	0.000
2.89E-02	1.000	0.666	0.393	0.209	0.100	0.044	0.018	0.007	0.003	0.001	0.000
3.16E-02	1.000	0.680	0.414	0.228	0.114	0.053	0.023	0.009	0.003	0.001	0.000