

1行2列 × 2行1列 ⇒ 1行1列

2行1列 × 1行2列 ⇒ 2行2列

2行2列 × 2行1列 ⇒ 2行1列

n行m列 × m行p列 ⇒ n行p列

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 \times 3 + 2 \times 4 = 14$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 2 \\ 4 \times 1 & 4 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 5 + 2 \times 6 \\ 3 \times 5 + 4 \times 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 39 \end{pmatrix}$$

一番回しやすい軸
(主軸)

回転行列とその逆行列で挟むと対角化される

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - 4 \sin \theta \cos \theta & 2 \cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta \\ 2 \cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta & 1 + 4 \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}$$

対角化

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

非対角部をゼロとするには、 $\theta = \pi/4$ とすると

$$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

シュレディンガー方程式の解は、行列力学では、対角化された対角線に並ぶ

$$E = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & E_2 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & E_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad p = \sqrt{m\hbar\omega} P \quad x = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{k}} Q$$

$$H = \frac{1}{2} (P^2 + Q^2) \hbar\omega$$

調和振動子の場合 $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$

↓ 固有値

$$E = \frac{1}{2} (P^2 + Q^2) \hbar\omega = \frac{\hbar\omega}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 3 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 5 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 7 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$$\psi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \psi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \psi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

エネルギーの行列演算子

$$\frac{\hbar\omega}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 3 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 5 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 7 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = \frac{5\hbar\omega}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

ψ_2