

量子力学的な粒子が第3励起状態にある時、粒子が $L/12$ から $3L/12$ のあいだの領域にある確率を求めよ

x と $x + dx$ の間にある確率は、 $\int_x^{x+dx} |\psi|^2 dx$

第3励起状態では、 $\psi_3 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{3\pi x}{L}$

$$\int_{L/12}^{3L/12} |\psi_3|^2 dx = \frac{2}{L} \int_{L/12}^{3L/12} \sin^2 \frac{3\pi x}{L} dx$$

$$= \frac{2}{L} \int_{L/12}^{3L/12} \frac{1 - \cos \frac{6\pi x}{L}}{2} dx$$

$$= \frac{1}{L} \left[x - \frac{L}{6\pi} \sin \frac{6\pi x}{L} \right]_{L/12}^{3L/12}$$

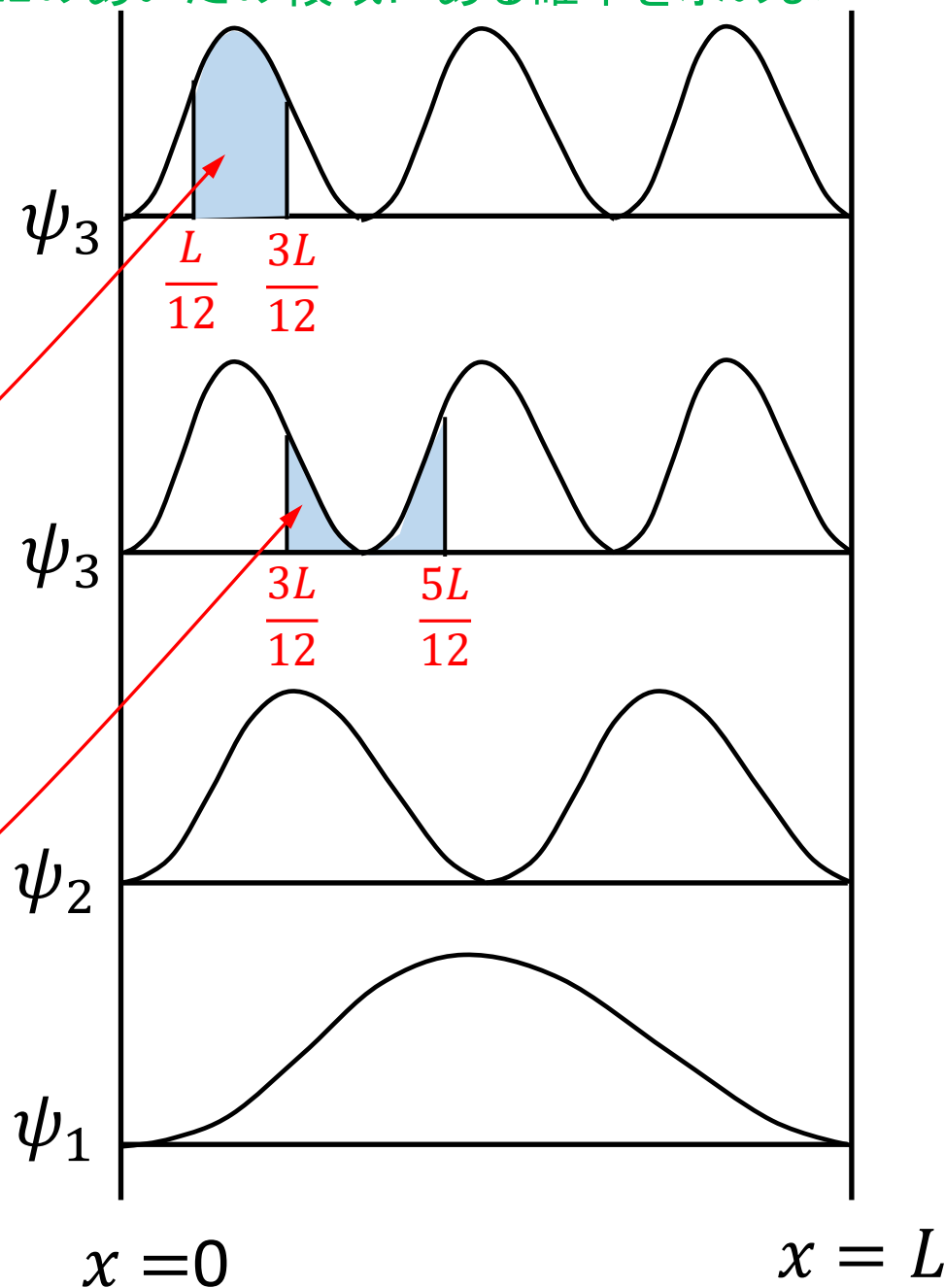
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3\pi}$$

古典力学の確率

量子力学による加算

$$\int_{3L/12}^{5L/12} |\psi_3|^2 dx = \frac{2}{L} \int_{3L/12}^{5L/12} \sin^2 \frac{3\pi x}{L} dx$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{3\pi}$$

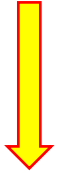


物理量 A の期待値(平均値) $\langle A \rangle$ を求める

$$\langle A \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* A \psi dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dx}$$

分母は $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx = 1$ より

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$



分子を計算する

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \frac{2}{L} \int_0^L x \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \int_0^L x \frac{1 - \cos \frac{2n\pi x}{L}}{2} dx \\ &= \frac{1}{L} \int_0^L x dx - \frac{1}{L} \int_0^L x \cos \frac{2n\pi x}{L} dx \\ &= \frac{1}{2L} [x^2]_0^L - \frac{1}{L} \left[x \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \right]_0^L - \frac{1}{L} \int_0^L \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} dx \\ &= \frac{L}{2} \end{aligned}$$

← 自由粒子は平均的に箱の真中にいる

$$\begin{aligned} \int_a^b f g' dx &= f g \Big|_a^b - \int_a^b f' g dx \\ f &= x \\ f' &= 1 \\ g &= \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \\ g' &= \cos \frac{2n\pi x}{L} \end{aligned}$$

再掲

宝くじの賞金と本数が以下の表の場合、枚数多く買うと得か損か？

宝くじ1本300円とします

宝くじ1本購入した際に、300円以上戻ってくれば得、逆であれば損となります。

期待値 $X = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \cdots + x_np_n$ を用いて求めます

ここで、 x_n : 賞金金額[円]、 p_n : ひく確率

$$x_1p_1 = 500,000,000[\text{円}] \times \frac{1[\text{本}]}{10,000,000[\text{本}]} = 50[\text{円}]$$

くじの総本数 10,000,000				
	賞金[円]	本数	ひく確率	賞金額 × 確率
1等	500,000,000	1	0.0000001	50
1等の前後賞	100,000,000	2	0.0000002	20
1等の組違い	100,000	99	0.00000099	0.99
2等	10,000,000	2	0.0000002	2
3等	1,000,000	100	0.00001	10
4等	10,000	10,000	0.001	10
5等	3,000	100,000	0.01	30
6等	300	1,000,000	0.1	30
合計		1,110,204	期待値	153

300円で購入して戻ってくる平均が153円なので、通常は、多く購入すると損になります