

母比率推定の前準備

母集団が0と1からなる集団とします。

$$\text{母集団の平均値 } \mu = \frac{1+0+1+1+0+\cdots+0+0+1+0}{N} = R \leftarrow \text{母比率}$$

母集団から得た標本があり、 n 個のうち s 個が1，残りの t 個が0とすると

$$s + t = n$$

$$\text{標本平均 } \bar{x} = \frac{1 \times s + 0 \times t}{n} = \frac{s}{n} = r \leftarrow \text{標本比率}$$

標本の不偏分散は、

$$\begin{aligned} \frac{(1-r)^2 + \cdots (1-r)^2 + (0-r)^2 + \cdots (0-r)^2}{n-1} &= \frac{s(1-r)^2 + t(0-r)^2}{n-1} \\ &= \frac{n}{n-1} \times \frac{s(1-r)^2 + t(0-r)^2}{n} = \frac{n}{n-1} \times \left\{ \frac{s}{n} (1-r)^2 + \frac{n-s}{n} r^2 \right\} \\ &= \frac{n}{n-1} \times \{ r(1-r)^2 + (1-r)r^2 \} \\ &= \frac{n}{n-1} r (1-r) \doteq r (1-r) \quad \leftarrow n \text{ が大きいとき} \end{aligned}$$

標準偏差 s は $\sqrt{r(1-r)}$

信頼度95%で母平均 μ の推定値は

$$\bar{x} - 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}}$$

前ページの

$$\mu = R$$

$$\bar{x} = r$$

$$s = \sqrt{r(1-r)} \quad \text{を代入して}$$

信頼度95%で母比率 R の推定値は

$$r - 1.96 \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}} \leq R \leq r + 1.96 \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$$

標本調査の結果、内閣支持率者は1250人中638人でした。
実際に内閣支持率 R を推定せよ

信頼度95%で母比率 R の推定値は

$$r - 1.96 \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}} \leq R \leq r + 1.96 \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$$

$$r = \frac{638}{1250}$$

$$\frac{638}{1250} - 1.96 \sqrt{\frac{\frac{638}{1250} \left(1 - \frac{638}{1250}\right)}{n}} \leq R \leq \frac{638}{1250} + 1.96 \sqrt{\frac{\frac{638}{1250} \left(1 - \frac{638}{1250}\right)}{n}}$$

$$0.4826 \cdots \leq R \leq 0.5381 \cdots$$

$$48.3\% \leq R \leq 53.8\%$$

開票率1%で、なぜ「当確」を出せるか？ その理由は？
投票者が10万人いて、1000人分(1%)を開票した時、立候補者Aの得票率が0.6
であるとして説明せよ。

開票数 n 、その中で立候補者Aの得票率を r とする。真の得票率 R は95%の信頼度では以下の式となる。

$$r - 1.96 \times \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}} \leq R \leq r + 1.96 \times \sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$$

$$0.6 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{1000}} \leq R \leq 0.6 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{1000}}$$

$$0.57 \leq R \leq 0.63$$

開票率	開票数	推定得票率下限	推定得票率上限
1%	1,000	0.570	0.630
2%	2,000	0.579	0.621
5%	5,000	0.586	0.614
10%	10,000	0.590	0.610
15%	15,000	0.592	0.608
20%	20,000	0.593	0.607
25%	25,000	0.594	0.606
30%	30,000	0.594	0.606
35%	35,000	0.595	0.605
40%	40,000	0.595	0.605
45%	45,000	0.595	0.605
50%	50,000	0.596	0.604
55%	55,000	0.596	0.604
60%	60,000	0.596	0.604
65%	65,000	0.596	0.604
70%	70,000	0.596	0.604
75%	75,000	0.596	0.604
80%	80,000	0.597	0.603
85%	85,000	0.597	0.603
90%	90,000	0.597	0.603
95%	95,000	0.597	0.603
100%	100,000	0.597	0.603

