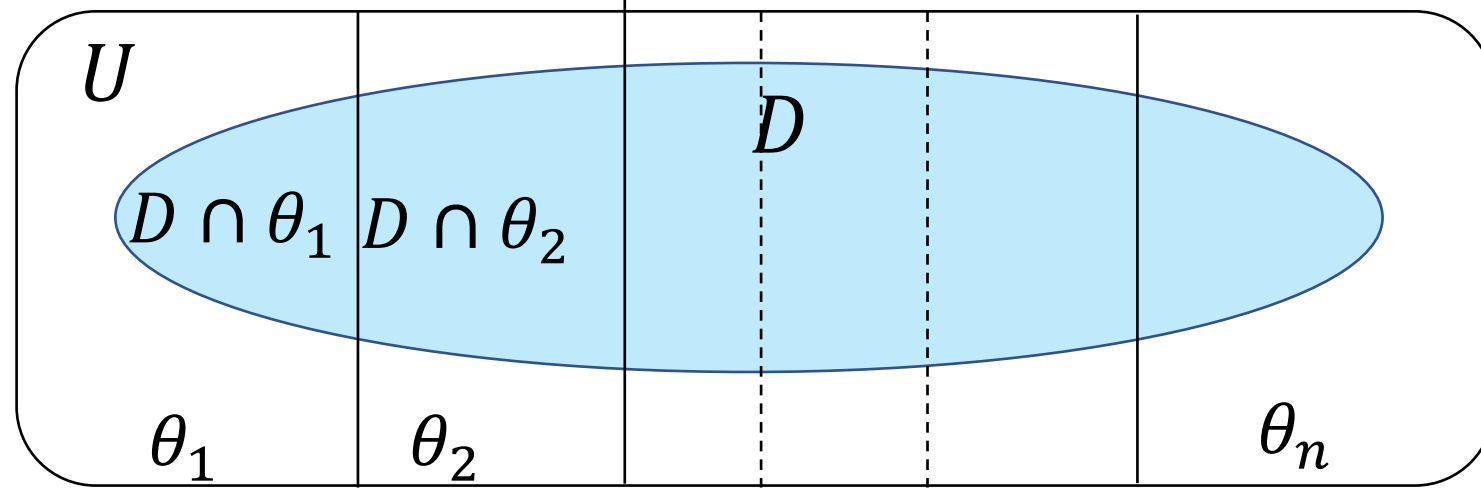


	母数	出発点、主役
従来の統計学	定数	母数
ベイズ統計学	未知、確率変数、 得られたデータによって変化	データ

$$P(H/D) = \frac{P(D/H)}{P(D)} P(H)$$

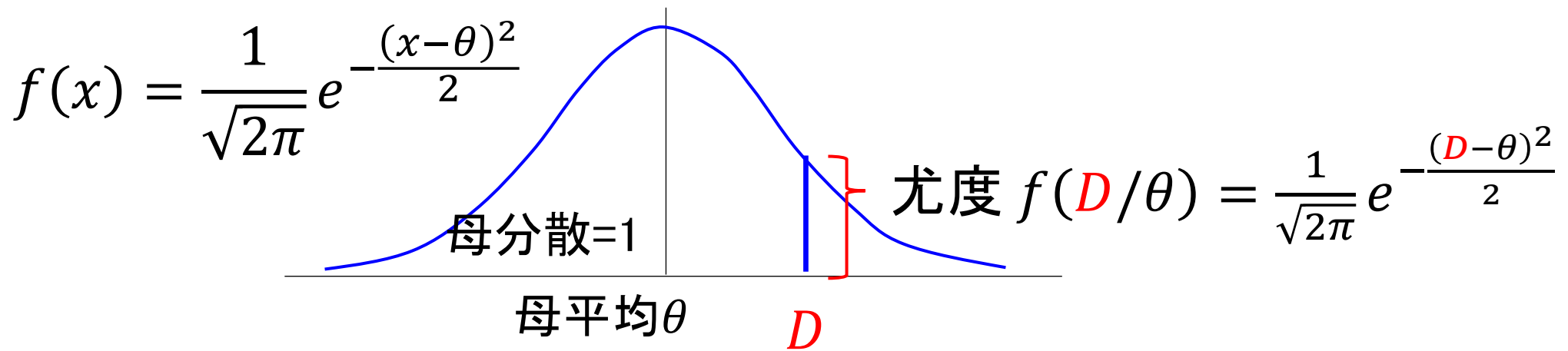
再掲

全確率の定理



$$\begin{aligned} P(D) &= P(D \cap \theta_1) + P(D \cap \theta_2) + \cdots + P(D \cap \theta_n) \\ &= P(\theta_1) P(D/\theta_1) + P(\theta_2) P(D/\theta_2) + \cdots + P(\theta_n) P(D/\theta_n) \\ &= \int f(D/\theta) \pi(\theta) d\theta \end{aligned}$$

$$P(\theta_i/D) = \frac{P(D/\theta_i)}{P(D)} P(\theta_i)$$



離散的

事前確率 $P(\theta_i)$ $\rightarrow$

事後確率 $P(\theta_i/D)$ $\rightarrow$

尤度 $P(D/\theta)$ $\rightarrow$

$$P(\theta_i/D) = \frac{P(D/\theta_i)}{P(D)} P(\theta_i) \quad \rightarrow$$

連續的

事前分布 $\pi(\theta)$

事後分布 $\pi(\theta/D)$

尤度 $f(D/\theta)$

$$\pi(\theta/D) = \frac{f(D/\theta)}{P(D)} \pi(\theta)$$

$$P(D) = P(\theta_1) P(D/\theta_1) + P(\theta_2) P(D/\theta_2) + \cdots + P(\theta_n) P(D/\theta_n) \quad \rightarrow \quad P(D) = \int f(D/\theta) \pi(\theta) d\theta$$

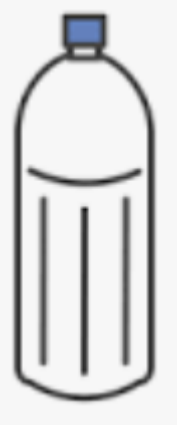
$$k = \frac{1}{P(D)} = \frac{1}{\int f(D/\theta)\pi(\theta)d\theta} \text{とおくと}$$

$$\pi(\theta/D) = \frac{f(D/\theta)}{P(D)}\pi(\theta) = kf(D/\theta)\pi(\theta)$$

事後分布= k × 尤度 × 事前分布

事後確率(事後分布)は、尤度と事前確率(事前分布)の積に比例する

製造される内容量200mLの清涼飲料水のペットボトルの内容量 x は正規分布に従い、分散は1である。
3本サンプリングしたところ、201、202及び203mLであった。この工場で製造のペットボトルの内容量 x の平均値 θ の確率分布を求めよ



正規分布なので、 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}$

尤度 $f(D/\theta)$ は、データの値を掛け合わせた数値なので

$$\begin{aligned} f(D/\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(201-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(202-\theta)^2}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(203-\theta)^2}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

事前分布 $\pi(\theta)$ は不明なので、平均値200mL、分散4としておきます。

$$\pi(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-200)^2}{2 \times 4}}$$

$$\pi(\theta/D) = k f(D/\theta) \pi(\theta) \propto e^{-\frac{(\theta-202)^2}{2 \times \frac{1}{3}}} \times \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-200)^2}{2 \times 4}} \propto e^{-\frac{\left(x - \frac{2624}{13}\right)^2}{2 \times \frac{4}{13}}}$$

平均値 $\frac{2624}{13} = 202.846 \dots$ 、分散 $\frac{4}{13}$ の正規分布に従う

