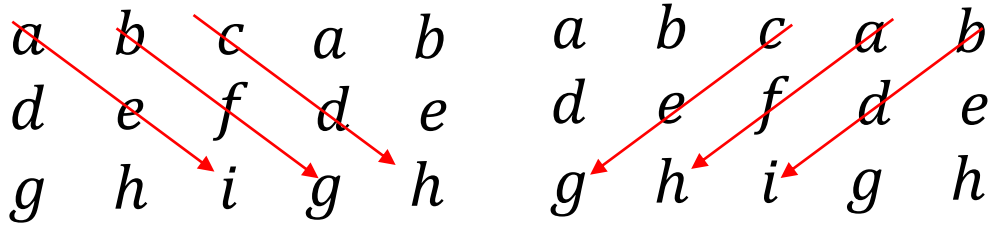
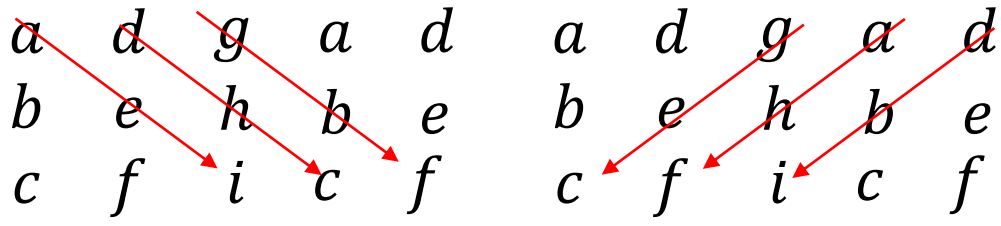


$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aci + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$



$$|{}^tA| = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = aei + dhc + gbf - gec - ahf - dbi$$

$$|A| = |{}^tA|$$

転置不偏性

転置

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} d & a & g \\ e & b & h \\ f & c & i \end{vmatrix}$$

$$|{}^tA| = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} d & a & g \\ e & b & h \\ f & c & i \end{vmatrix}$$

行あるいは列を入れ替えると符号が反転

交代性

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & a & d \\ b & b & e \\ c & c & f \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a & a & d \\ b & b & e \\ c & c & f \end{vmatrix} = 0$$

同じ行または列のある行列式の値は0になる

行列式のある行（列）にk倍すると行列全体にk倍される

$$\begin{vmatrix} ka+ls & kb+lt & kc+lu \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + l\begin{vmatrix} s & t & u \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a+kd & b+ke & c+kf \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} d & e & f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

行列式のある行に別の行のk倍を加えても、行列式の値は変わらない

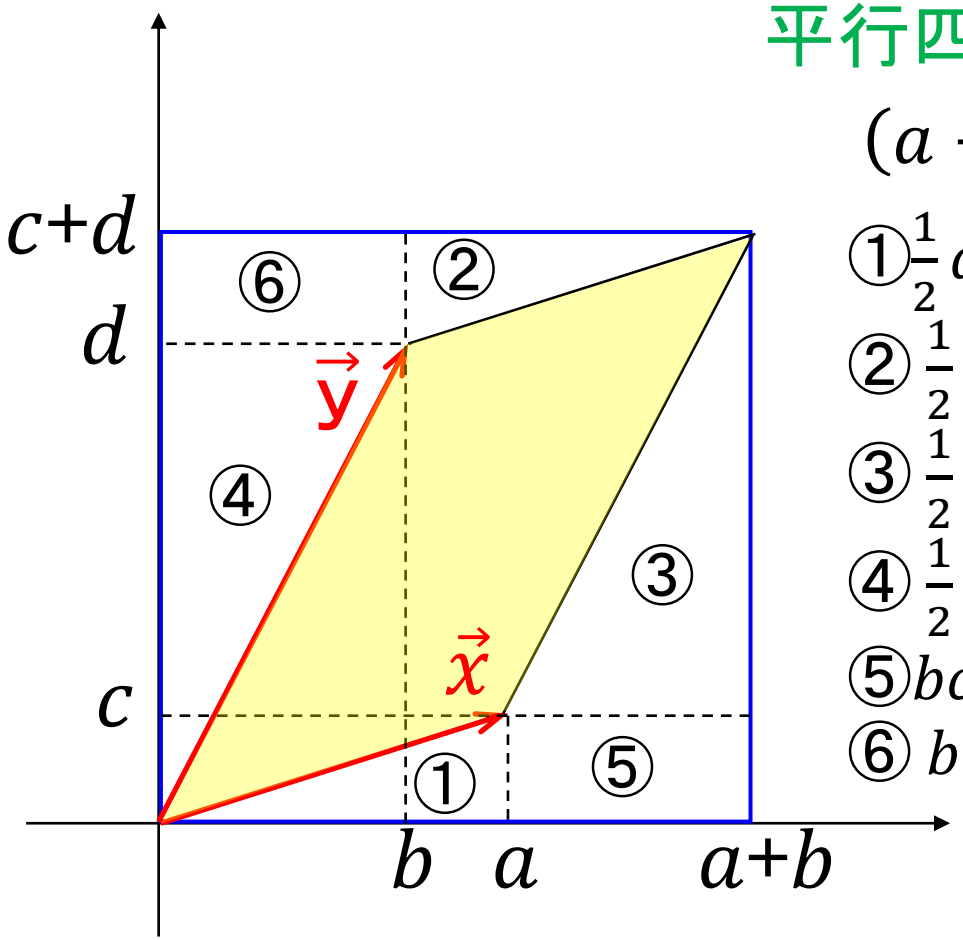
上三角行列または下三角行列の行列式は、
対角成分の積になる

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 3\cdot 2 + 5\cdot(-1)\cdot 0 + 4\cdot 0\cdot 0 - 4\cdot 3\cdot 0 - 1\cdot(-1)\cdot 0 - 5\cdot 0\cdot 2$$

$$= 6$$

平行四辺形の面積

$$(a+b)(c+d) - ac - bd - 2bc = ad - bc$$



① $\frac{1}{2}ac$
② $\frac{1}{2}ac$
③ $\frac{1}{2}bd$
④ $\frac{1}{2}bd$
⑤ bc
⑥ bc

行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$は、
ベクトル$\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$と$\vec{y} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$を2辺とする
平方四辺形の面積に等しい

$A=\begin{pmatrix}2&1&3\\0&2&4\\1&0&5\end{pmatrix}$の行列式の値を求めよ

$$\begin{pmatrix}2&1&3\\0&2&4\\1&0&5\end{pmatrix}$$

⇓ 1行目と3行目を入れ替え

$$\begin{pmatrix}1&0&5\\0&2&4\\2&1&3\end{pmatrix}$$

⇓ 3行目＋1行目×−2

$$\begin{pmatrix}1&0&5\\0&2&4\\0&1&-7\end{pmatrix}$$

⇓ 2行目×$\frac{1}{2}$

$$\begin{pmatrix}1&0&5\\0&1&2\\0&1&-7\end{pmatrix}$$

⇓ 3行目＋2行目×−1

$$\begin{pmatrix}1&0&5\\0&1&2\\0&0&-9\end{pmatrix}$$

$|A|\times-1\times\frac{1}{2}=1\cdot1\cdot-9=-9$

$|A|=18$

$$|A|=\begin{vmatrix}2&1&3\\0&2&4\\1&0&5\end{vmatrix}$$

行あるいは列を入れ替えると符号が反転

$$=-\begin{vmatrix}1&0&5\\0&2&4\\2&1&3\end{vmatrix}$$

$$=-\begin{vmatrix}1&0&5\\0&2&4\\0&1&-7\end{vmatrix}$$

行列式のある行に別の行のk倍を加えても、行列式の値は変わらない

$$=-2\cdot\begin{vmatrix}1&0&5\\0&1&2\\0&1&-7\end{vmatrix}$$

2行目の係数2を外に出す

$$=-2\cdot\begin{vmatrix}1&0&5\\0&1&2\\0&0&-9\end{vmatrix}$$

行列式のある行に別の行のk倍を加えても、行列式の値は変わらない

$$=-2\cdot1\cdot1\cdot-9$$

$$=18$$