

# Gray–Scottモデル

# チューリングパターン

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \Delta u - uv^2 + f(1-u)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D_v \Delta v + uv^2 - (f+k)v$$

物質 $u, v$ があり、 $D_u, D_v$ は拡散係数、 $f, k$ はパラメータ

$$\begin{aligned}\Delta u &= \frac{d^2}{dx^2} u_{x,y} + \frac{d^2}{dy^2} u_{x,y} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{x+h,y} + u_{x-h,y} + u_{x,y+h} + u_{x,y-h} - 4u_{x,y}}{h^2}\end{aligned}$$

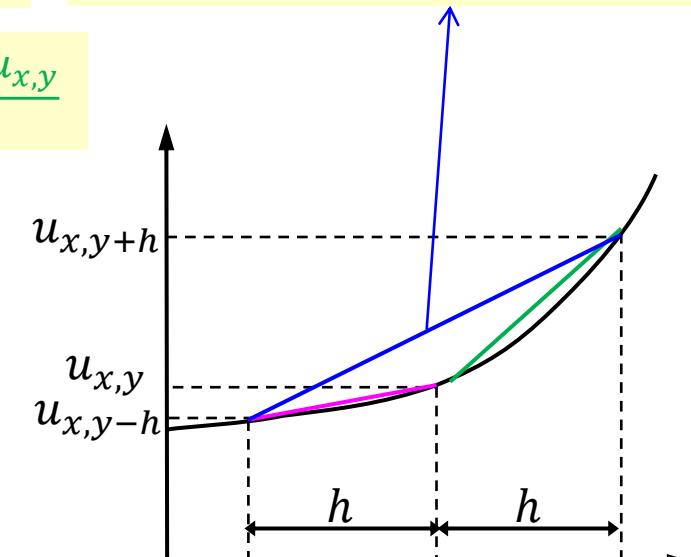
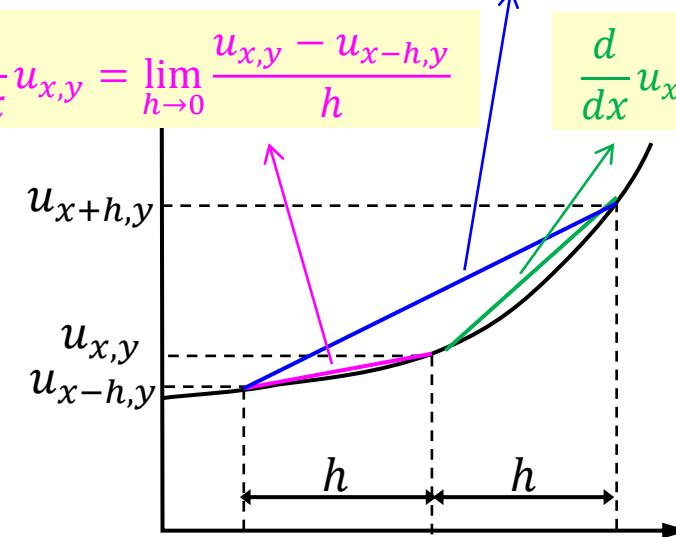
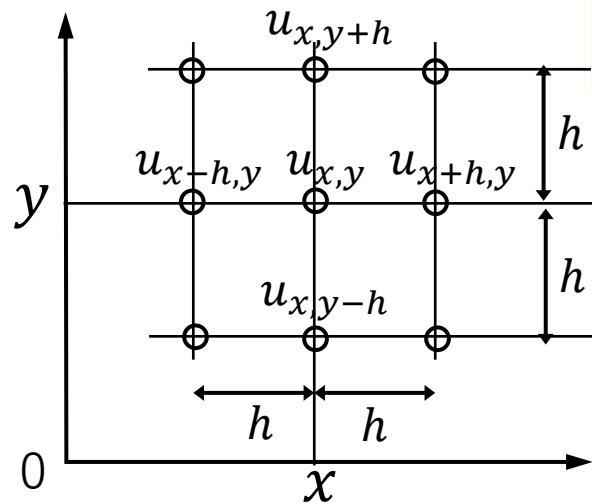
拡散項

反応項

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_{x,y}}{\partial t} &\cong D_u \left( \frac{u_{x+h,y} + u_{x-h,y} + u_{x,y+h} + u_{x,y-h} - 4u_{x,y}}{h^2} \right) - u_{x,y} v_{x,y}^2 + f(1-u_{x,y}) \\ \frac{\partial v_{x,y}}{\partial t} &\cong D_v \left( \frac{v_{x+h,y} + v_{x-h,y} + v_{x,y+h} + v_{x,y-h} - 4v_{x,y}}{h^2} \right) + u_{x,y} v_{x,y}^2 - (f+k)v_{x,y}\end{aligned}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} u_{x,y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{u_{x+h,y} - u_{x,y}}{h} - \frac{u_{x,y} - u_{x-h,y}}{h}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{x+h,y} + u_{x-h,y} - 2u_{x,y}}{h^2}$$

$$\frac{d^2}{dy^2} u_{x,y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{x,y+h} + u_{x,y-h} - 2u_{x,y}}{h^2}$$



$$\frac{\partial u_{x,y}}{\partial t} \cong D_u \left( \frac{u_{x+h,y} + u_{x-h,y} + u_{x,y+h} + u_{x,y-h} - 4u_{x,y}}{h^2} \right) - u_{x,y} v_{x,y}^2 + f(1 - u_{x,y})$$

$$\frac{\partial v_{x,y}}{\partial t} \cong D_v \left( \frac{v_{x+h,y} + v_{x-h,y} + v_{x,y+h} + v_{x,y-h} - 4v_{x,y}}{h^2} \right) + u_{x,y} v_{x,y}^2 - (f + k)v_{x,y}$$

セル間の距離  $h$  をして、 $3 \times 3$  の中心に  $-4$ 、前後左右に  $1$  を重みとして掛けた値が拡散項 ( ) の中です

0	1	0
1	$-4$	1
0	1	0

