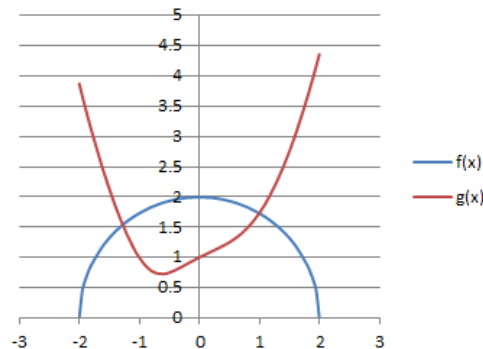


非線形連立方程式

$f(x, y)$ と $g(x, y)$ の関数のテイラー展開の一次項のみを考える

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \Delta y$$
$$g(x + \Delta x, y + \Delta y) = g(x, y) + \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \Delta y$$



何れもが0となる Δx と Δy を決めるために以下の連立方程式を解く

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f(x, y) \\ -g(x, y) \end{Bmatrix}$$

ニュートン・ラフソン法を用いて解く

$$x_{i+1} = x_j - \Delta x$$

$$y_{i+1} = y_j - \Delta y$$

一元方程式のとき

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

非線形の連立方程式を解く

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^4 + x - y^2 = -1$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4$$

$$g(x, y) = x^4 + x - y^2 + 1$$

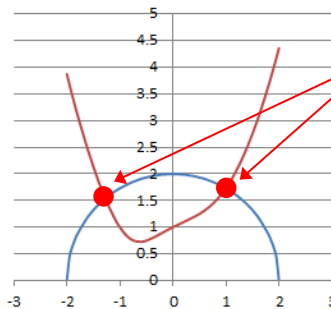
$f(x, y)$ と $g(x, y)$ がいずれも0になる (x, y) を求める

左辺は

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 2y \\ 4x^3 + 1 & -2y \end{pmatrix}$$

両辺に逆行列を掛ける

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{Bmatrix}$$



交わる2点が解

step0を $x = 1, y = 2$ から始める

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	step	x	1	f	1	左辺	2	4	逆行列	=MINVERSE(G1:H2)	
2		0	y	2	g	-1	5	-4			
3											

① 枠指定

③ Shift + Ctrl + Enter

② =MINVERSE(G2:H4) を入力



逆行列	0.142857	0.142857
	0.178571	-0.07143

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
step	x	1	f	1	左辺	2	4	逆行列	0.142857	0.142857	dx	=MMULT(J1:K2,E1:E2)		
	0	y	2	g	-1	5	-4		0.178571	-0.07143	dy			

⑤ =MMULT(J1:K4, E1:E2) を入力

④ 枠指定

⑥ Shift + Ctrl + Enter



dx	0
dy	0.25

	A	B	C	D
1	step	x	1	f
2		0	y	2
3	step	x	1	
4		1	y	2
5				

$$\textcircled{7} x_1 = x_0 - M1 \leftarrow \Delta x(dx) = 0$$

$$y_1 = y_0 - M2 \leftarrow \Delta y(dy) = 0.25$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	step	x	1	f	1	左边	2	4	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
2		0	y	2	-1		5	-4		0.178571	-0.07143	dy	0.25
3	step	x	1	f	0.0625	左边	2	3.5	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
4		1	y	2	-0.0625		5	-3.5		0.204082	-0.08163	dy	0.017857
5													

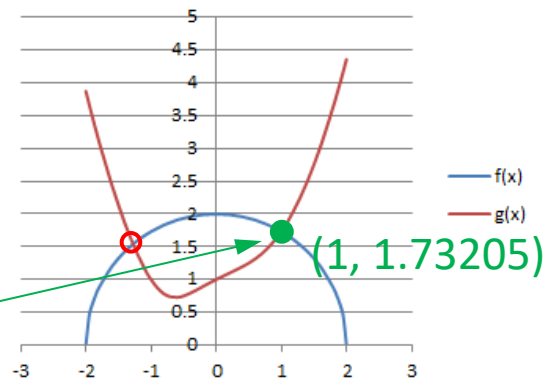
⑧コピー

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	step	x	1	f	1	左边	2	4	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
2		0	y	2	-1		5	-4		0.178571	-0.07143	dy	0.25
3	step	x	1	f	0.0625	左边	2	3.5	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
4		1	y	2	-0.0625		5	-3.5		0.204082	-0.08163	dy	0.017857
5	step	x	1	f	0.000319	左边	2	3.464286	逆行列	0.142857	0.142857	dx	-6.3E-17
6		2	y	2	-0.00032		5	-3.46429		0.206186	-0.08247	dy	9.2E-05
7													

⑨コピー

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	step	x	1.00000	f	1	左边	2	4	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
2		0	y	2.00000	g	-1		5	-4	0.178571	-0.07143	dy	0.25
3	step	x	1.00000	f	0.0625	左边	2	3.5	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
4		1	y	1.75000	g	-0.0625		5	-3.5	0.204082	-0.08163	dy	0.017857
5	step	x	1.00000	f	0.000319	左边	2	3.464286	逆行列	0.142857	0.142857	dx	-6.3E-17
6		2	y	1.73214	g	-0.00032		5	-3.46429	0.206186	-0.08247	dy	9.2E-05
7	step	x	1.00000	f	8.47E-09	左边	2	3.464102	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
8		3	y	1.73205	g	-8.5E-09		5	-3.4641	0.206197	-0.08248	dy	2.45E-09
9	step	x	1.00000	f	0	左边	2	3.464102	逆行列	0.142857	0.142857	dx	0
10		4	y	1.73205	g	0		5	-3.4641	0.206197	-0.08248	dy	0
11													

⑩コピー



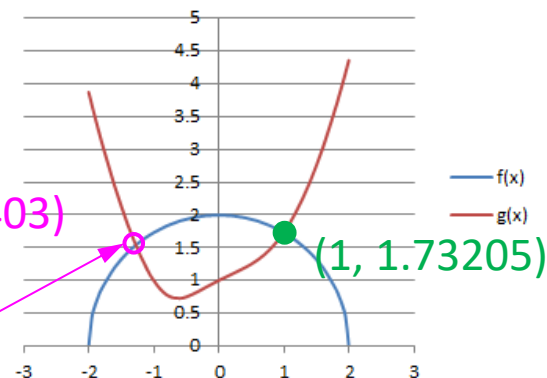
解

$f(x,y)$ と $g(x,y)$ がいずれも0になるまで続ける

もう一組の解は？

step0を $x = -1, y = 2$ から始める

$(-1.2757, 1.5403)$



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	step	x	-1.0000	f	1	左边	-2	4	逆行列	-0.2	-0.2	dx	0.4
2		y	2.0000	g	-3		-3	-4		0.15	-0.1	dy	0.45
3	step	x	-1.4000	f	0.3625	左边	-2.8	3.1	逆行列	-0.07827	-0.07827	dx	-0.10971
4		y	1.5500	g	1.0391		-9.976	-3.1		0.251884	-0.0707	dy	0.017846
5	step	x	-1.2903	f	0.012354	左边	-2.58059	3.064307	逆行列	-0.0983	-0.0983	dx	-0.01438
6		y	1.5322	g	0.133968		-7.59263	-3.06431		0.243558	-0.08278	dy	-0.00808
7	step	x	-1.2759	f	0.000272	左边	-2.55182	3.080469	逆行列	-0.10142	-0.10142	dx	-0.00023
8		y	1.5402	g	0.001986		-7.30848	-3.08047		0.240613	-0.08401	dy	-0.0001
9	step	x	-1.2757	f	6.27E-08	左边	-2.55136	3.080672	逆行列	-0.10147	-0.10147	dx	-5.7E-08
10		y	1.5403	g	5.02E-07		-7.304	-3.08067		0.240571	-0.08403	dy	-2.7E-08

解

$f(x, y)$ と $g(x, y)$ がいずれも0になるまで続ける