

同じデータを複数回、検定すると「有意である」棄却域が広がる

検定1

平均 μ_1

と

平均 μ_2

検定2

平均 μ_1

と

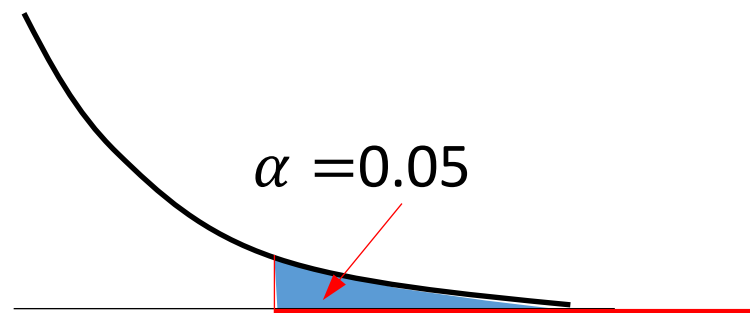
平均 μ_3

検定3

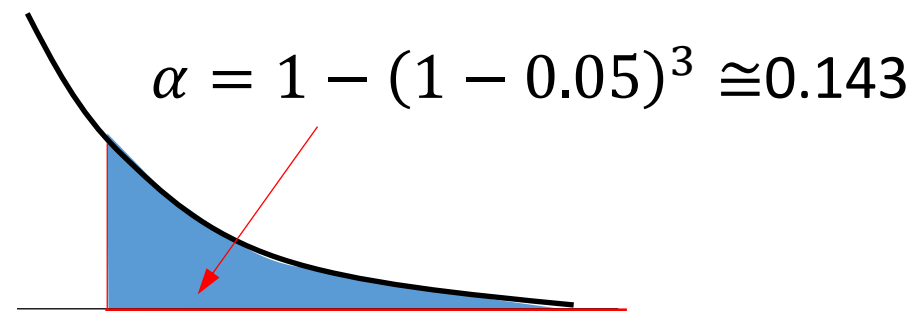
平均 μ_2

と

平均 μ_3



検定を3回繰り返すと
第1の過誤の確率が増加



A1	A2	A3	A4
-2.32	-1.44	-0.56	0.32
-1.32	-0.44	0.44	1.32
-0.32	0.56	1.44	2.32



一元配置分散分析 実行結果

概要						
グループ	データの個数	合計	平均	分散		
A1	3	-3.96	-1.32	1		
A2	3	-1.32	-0.44	1		
A3	3	1.32	0.44	1		
A4	3	3.96	1.32	1		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	11.616	3	3.872	3.87	0.056	4.07
グループ内	8	8	1			
合計	19.616	11				

2群の総わたりのt検定実施

$$t_{ij} = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{V_e \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}}$$

両側検定 境界値: 2.776

	A1	A2	A3	A4
A1		-1.078	-2.156	-3.233
A2			-1.078	-2.156
A3				-1.078

統計量 t_{ij} の絶対値 A1とA4は2.776より大

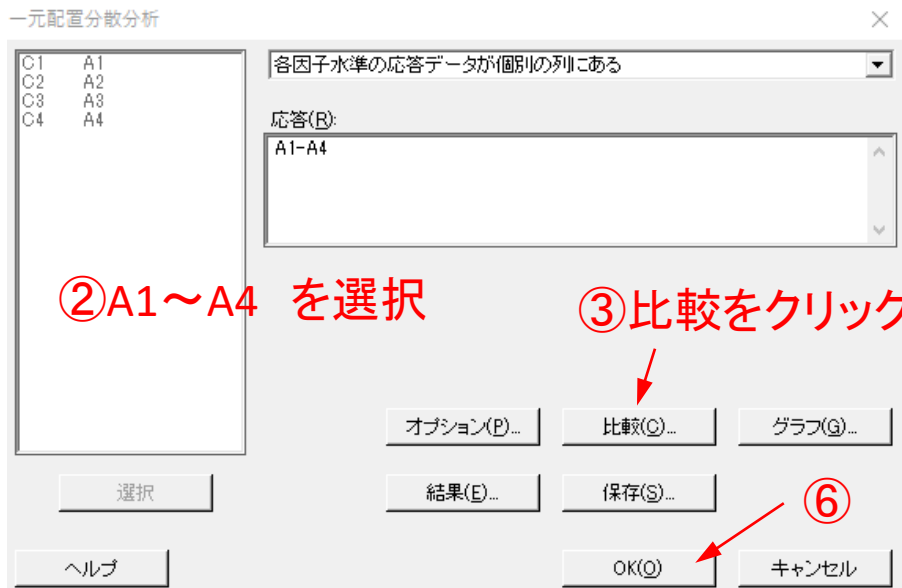
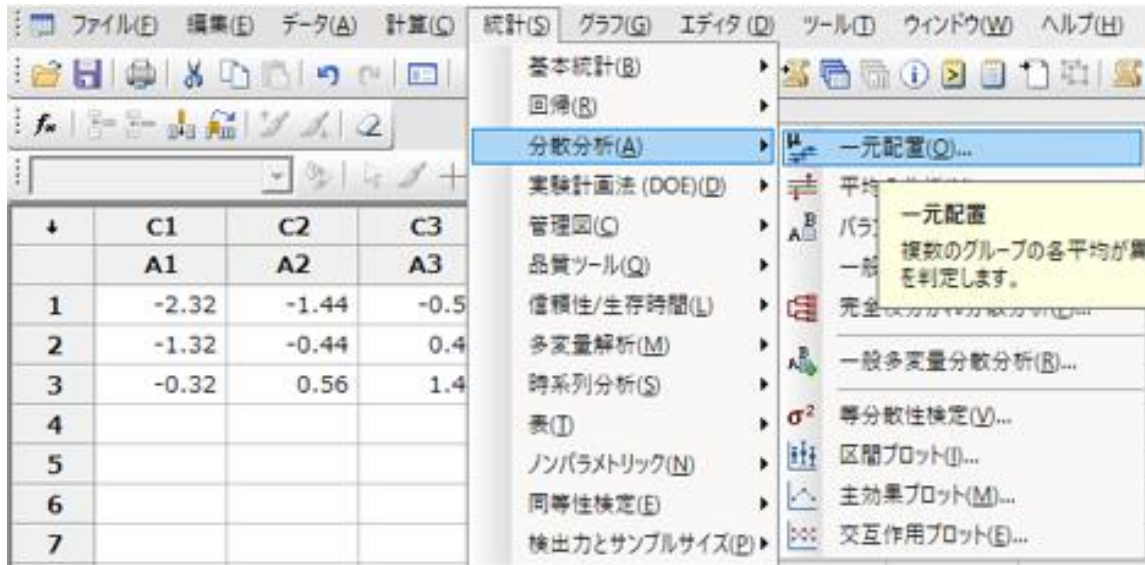
p値 A1とA4は0.05より小さい

A1	A2	A3	A4
	0.342	0.097	0.032
		0.342	0.097
			0.342

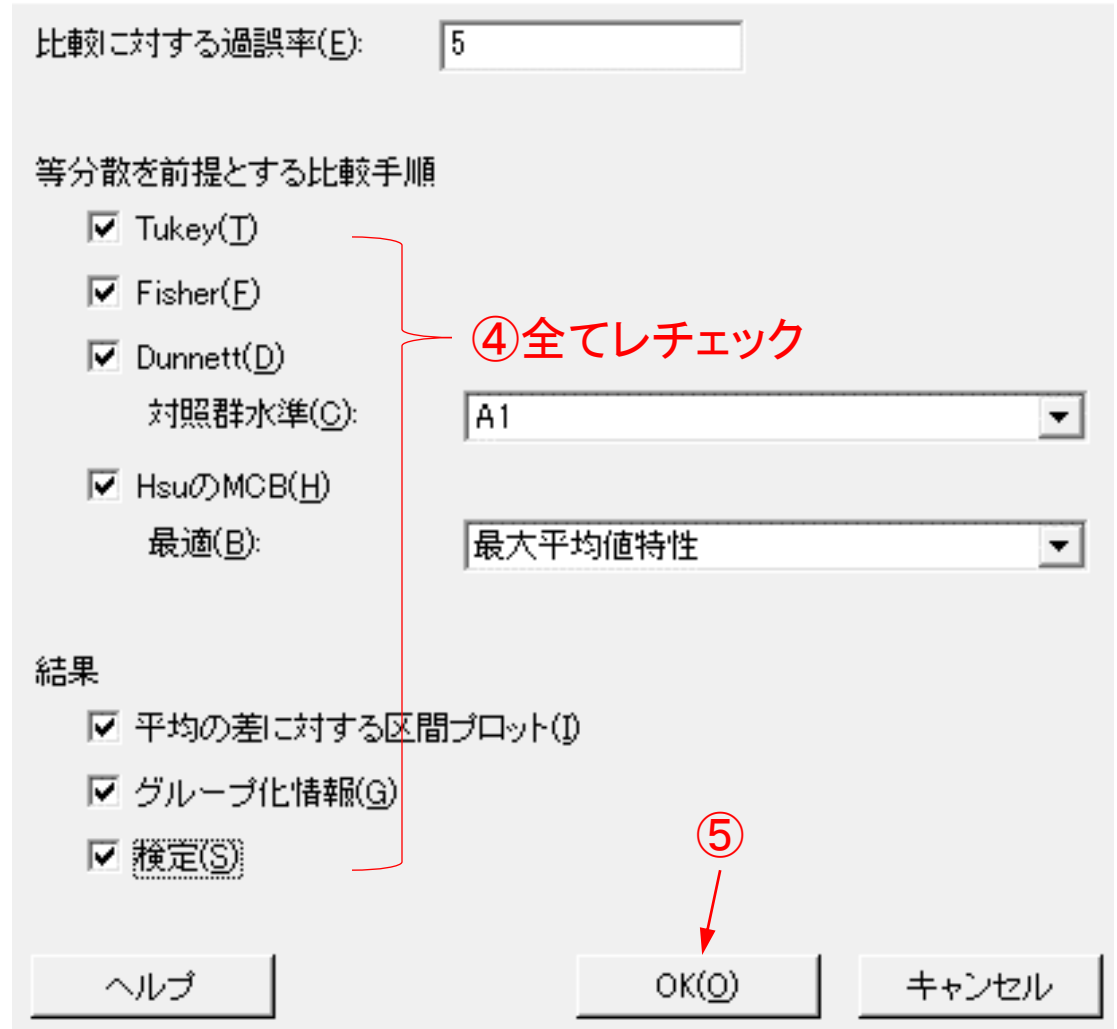
0.05より大きい→有意差なし ↔ A1とA4は有意差あり

Minitab 一元配置分散分析

①統計→分散分析→一元配置



一元配置分散分析: 比較



一元配置分散分析: A1, A2, A3, A4

方法

帰無仮説 全ての平均が等しい
対立仮説 少なくとも1つの平均が異なっている
有意水準 $\alpha = 0.05$

等分散性は分析で仮定されました。

因子情報

因子 水準 値
因子 4 A1, A2, A3, A4

分散分析

要因	自由度	調整平方和	調整平均平方	F値	p値
因子	3	11.616	3.872	3.87	0.056
誤差	8	8.000	1.000		
合計	11	19.616			

有意差なし

モデル要約

S	R二乗	自由度調整済みR二乗	R二乗 (予測)
1	59.22%	43.92%	8.24%

平均

因子	非欠損値	平均	標準偏差	95%信頼区間
A1	3	-1.320	1.000	(-2.651, 0.011)
A2	3	-0.440	1.000	(-1.771, 0.891)
A3	3	0.440	1.000	(-0.891, 1.771)
A4	3	1.320	1.000	(-0.011, 2.651)

併合標準偏差=1

Tukeyペアワイズ比較

Tukey法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A4	3	1.320	A
A3	3	0.440	A B
A2	3	-0.440	A B
A1	3	-1.320	B

文字を共有しない平均は、有意差があります。

平均の差に対するTukeyの同時検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.880	0.816	(-1.735, 3.495)	1.08	0.712
A3 - A1	1.760	0.816	(-0.855, 4.375)	2.16	0.215
A4 - A1	2.640	0.816	(0.025, 5.255)	3.23	0.048
A3 - A2	0.880	0.816	(-1.735, 3.495)	1.08	0.712
A4 - A2	1.760	0.816	(-0.855, 4.375)	2.16	0.215
A4 - A3	0.880	0.816	(-1.735, 3.495)	1.08	0.712

個別信頼水準=98.74%

Fisherペアワイズ比較

Fisher LSD法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A4	3	1.320	A
A3	3	0.440	A B
A2	3	-0.440	A B
A1	3	-1.320	B

文字を共有しない平均は、有意差があります。

平均の差に対するFisherの個別検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.880	0.816	(-1.003, 2.763)	1.08	0.313
A3 - A1	1.760	0.816	(-0.123, 3.643)	2.16	0.063
A4 - A1	2.640	0.816	(0.757, 4.523)	3.23	0.012
A3 - A2	0.880	0.816	(-1.003, 2.763)	1.08	0.313
A4 - A2	1.760	0.816	(-0.123, 3.643)	2.16	0.063
A4 - A3	0.880	0.816	(-1.003, 2.763)	1.08	0.313

同時信頼水準=82.43%

対照群を使ったDunnettの多重比較

Dunnett法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A1 (管理)	3	-1.320	A
A4	3	1.320	
A3	3	0.440	A
A2	3	-0.440	A

ラベルに文字Aのない平均は、対照水準の平均とは有意差があります。

水準毎の平均Dunnett同時検定 - 対照平均

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.880	0.816	(-1.471, 3.231)	1.08	0.595
A3 - A1	1.760	0.816	(-0.591, 4.111)	2.16	0.146
A4 - A1	2.640	0.816	(0.289, 4.991)	3.23	0.030

個別信頼水準=97.95%

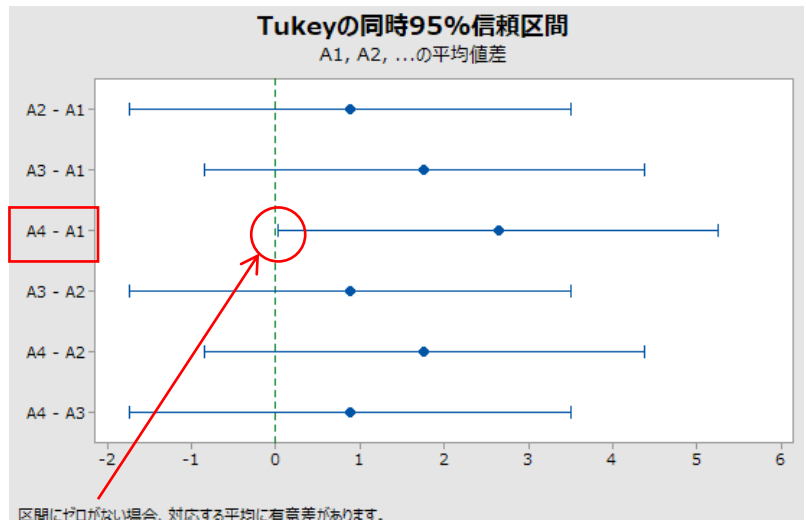
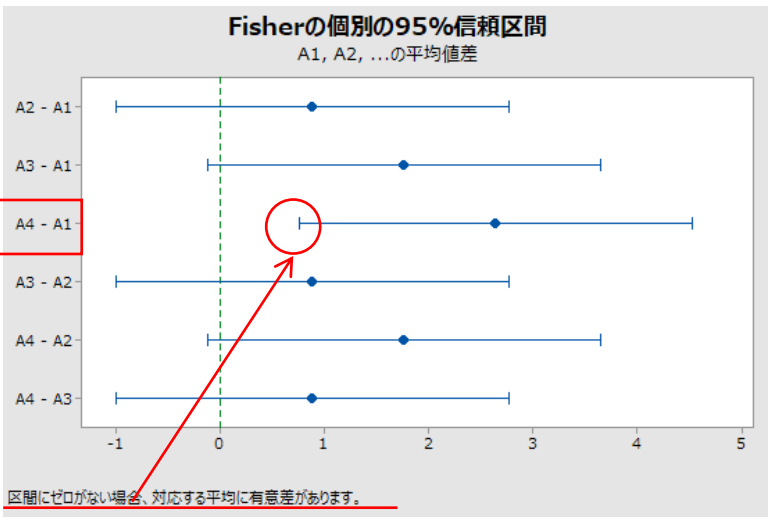
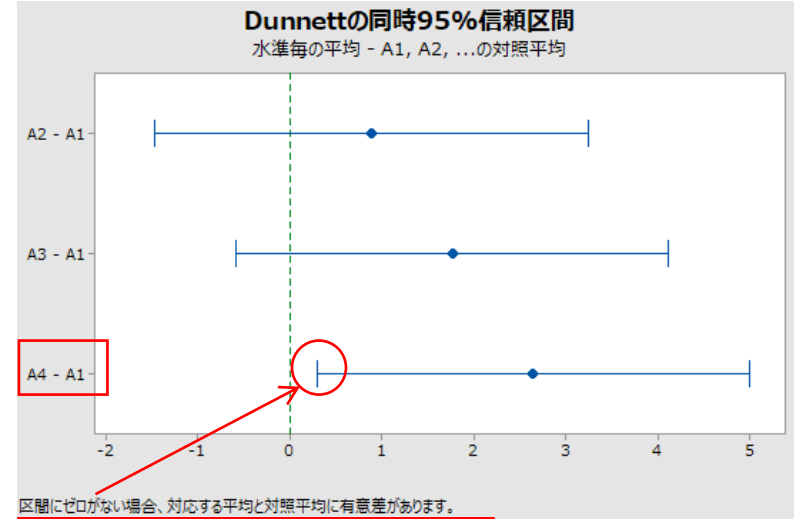
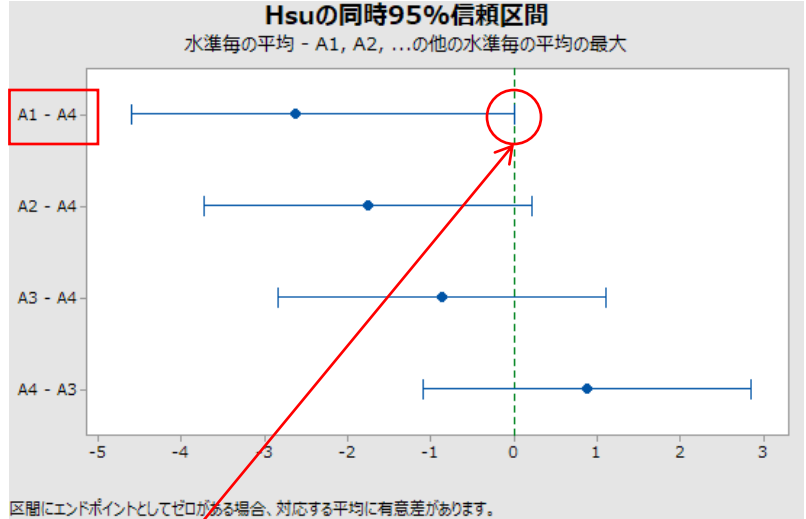
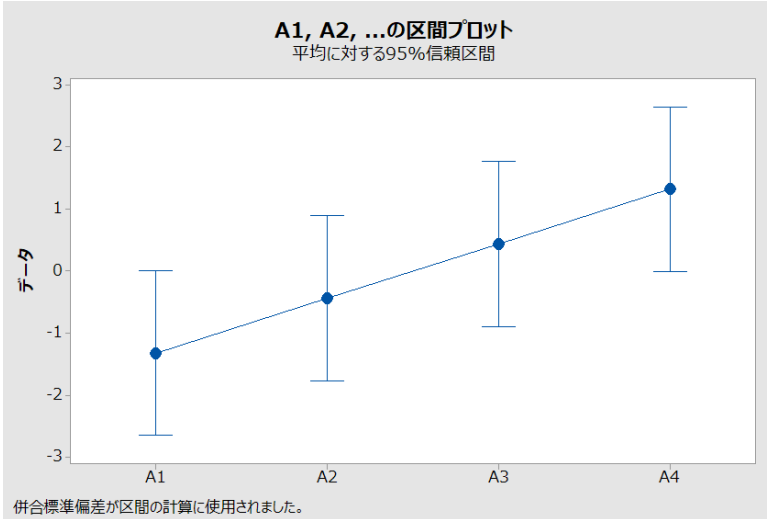
Hsuの最良値との多重比較 (MCB)

水準毎の平均から他の水準毎の平均の最大を引いたHsuの同時検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A1 - A4	-2.640	0.816	(-4.613, 0.000)	-3.23	0.012
A2 - A4	-1.760	0.816	(-3.733, 0.213)	-2.16	0.074
A3 - A4	-0.880	0.816	(-2.853, 1.093)	-1.08	0.312
A4 - A3	0.880	0.816	(-1.093, 2.853)	1.08	0.312

個別信頼水準=95.79%

A1とA4の仮説検定は
p値<0.05なので有意差あり



何れの方法でも、有意差あり

A1	A2	A3	A4
-2.1	-2.1	0.1	0.1
-1.1	-1.1	1.1	1.1
-0.1	-0.1	2.1	2.1



一元配置分散分析 実行結果

概要						
グループ	データの個数	合計	平均	分散		
A1	3	-3.3	-1.1	1		
A2	3	-3.3	-1.1	1		
A3	3	3.3	1.1	1		
A4	3	3.3	1.1	1		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	14.52	3	4.84	4.84	0.033	4.066
グループ内	8	8	1			
合計	22.52	11				

0.05より小さい→有意差あり ←→ 2群間は有意差なし

2群の総わたりのt検定実施

t_{ij} = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{V_e \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}}

両側検定 境界値:2.776

	A1	A2	A3	A4
A1		0.000	-2.694	-2.694
A2			-2.694	-2.694
A3				0.000

統計量t_{ij}の絶対値 何れも2.776より小さい

p値 何れも0.05より大きい

	A1	A2	A3	A4
A1		1.000	0.054	0.054
A2			0.054	0.054
A3				1.000

一元配置分散分析: A1, A2, A3, A4

方法

帰無仮説 全ての平均が等しい
対立仮説 少なくとも1つの平均が異なっている
有意水準 $\alpha = 0.05$

等分散性は分析で仮定されました。

因子情報

因子	水準	値
因子	4	A1, A2, A3, A4

分散分析

要因	自由度	調整平方和	調整平均平方	F値	p値
因子	3	14.520	4.840	4.84	0.033
誤差	8	8.000	1.000		
合計	11	22.520			

モデル要約

S	R二乗	自由度調整済みR二乗	R二乗 (予測)
1	64.48%	51.15%	20.07%

平均

因子	非欠損値	平均	標準偏差	95%信頼区間
A1	3	-1.100	1.000	(-2.431, 0.231)
A2	3	-1.100	1.000	(-2.431, 0.231)
A3	3	1.100	1.000	(-0.231, 2.431)
A4	3	1.100	1.000	(-0.231, 2.431)

併合標準偏差=1

Tukeyペアワイズ比較

Tukey法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A4	3	1.100	A
A3	3	1.100	A
A2	3	-1.100	A
A1	3	-1.100	A

文字を共有しない平均は、有意差があります。

平均の差に対するTukeyの同時検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.000	0.816	(-2.615, 2.615)	0.00	1.000
A3 - A1	2.200	0.816	(-0.415, 4.815)	2.69	0.102
A4 - A1	2.200	0.816	(-0.415, 4.815)	2.69	0.102
A3 - A2	2.200	0.816	(-0.415, 4.815)	2.69	0.102
A4 - A2	2.200	0.816	(-0.415, 4.815)	2.69	0.102
A4 - A3	0.000	0.816	(-2.615, 2.615)	0.00	1.000

個別信頼水準=98.74%

Fisherペアワイズ比較

Fisher LSD法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A4	3	1.100	A
A3	3	1.100	A
A2	3	-1.100	B
A1	3	-1.100	B

文字を共有しない平均は、有意差があります。

平均の差に対するFisherの個別検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.000	0.816	(-1.883, 1.883)	0.00	1.000
A3 - A1	2.200	0.816	(0.317, 4.083)	2.69	0.027
A4 - A1	2.200	0.816	(0.317, 4.083)	2.69	0.027
A3 - A2	2.200	0.816	(0.317, 4.083)	2.69	0.027
A4 - A2	2.200	0.816	(0.317, 4.083)	2.69	0.027
A4 - A3	0.000	0.816	(-1.883, 1.883)	0.00	1.000

同時信頼水準=82.43%

対照群を使ったDunnettの多重比較

Dunnett法と95%の信頼性を使用したグループ化情報

因子	非欠損値	平均	グループ化
A1 (管理)	3	-1.100	A
A4	3	1.100	A
A3	3	1.100	A
A2	3	-1.100	A

ラベルに文字Aのない平均は、対照水準の平均とは有意差があります。

水準毎の平均Dunnett同時検定 - 対照平均

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A2 - A1	0.000	0.816	(-2.351, 2.351)	0.00	1.000
A3 - A1	2.200	0.816	(-0.151, 4.551)	2.69	0.066
A4 - A1	2.200	0.816	(-0.151, 4.551)	2.69	0.066

個別信頼水準=97.95%

有意差なし

Hsuの最良値との多重比較 (MCB)

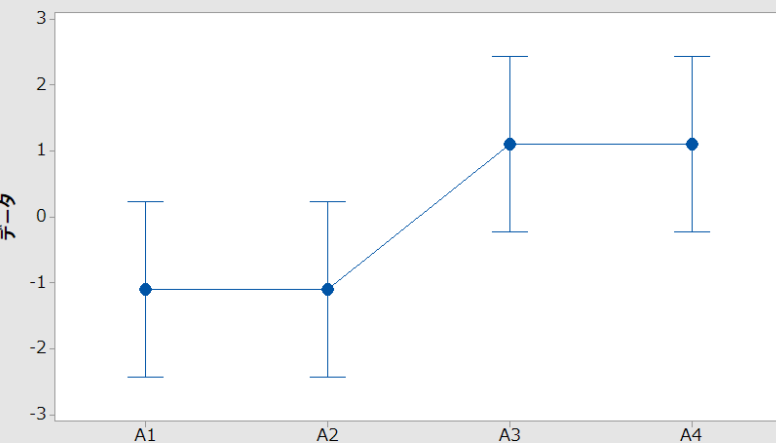
水準毎の平均から他の水準毎の平均の最大を引いたHsuの同時検定

水準の差	平均値差	差の標準誤差	95%信頼区間	t値	調整されたp値
A1 - A3	-2.200	0.816	(-4.173, 0.000)	-2.69	0.033
A2 - A3	-2.200	0.816	(-4.173, 0.000)	-2.69	0.033
A3 - A4	0.000	0.816	(-1.973, 1.973)	0.00	0.750
A4 - A3	0.000	0.816	(-1.973, 1.973)	0.00	0.750

個別信頼水準=95.79%

有意差あり

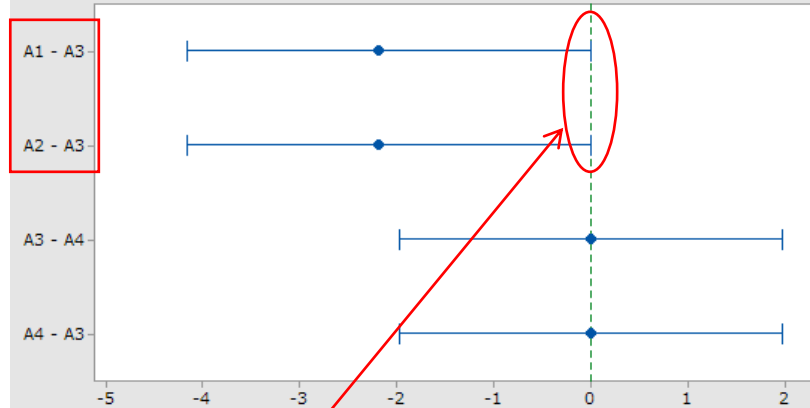
A1, A2, ...の区間プロット
平均に対する95%信頼区間



併合標準偏差が区間の計算に使用されました。

Hsuの同時95%信頼区間

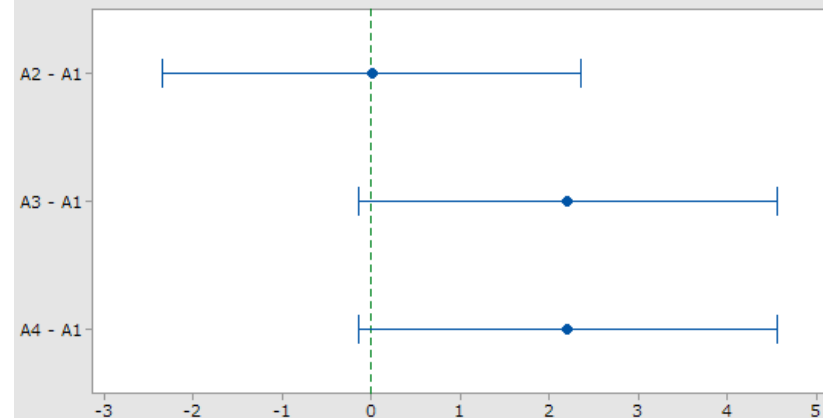
水準毎の平均 - A1, A2, ...の他の水準毎の平均の最大



区間にエンドポイントとしてゼロがある場合、対応する平均に有意差があります。

Dunnettの同時95%信頼区間

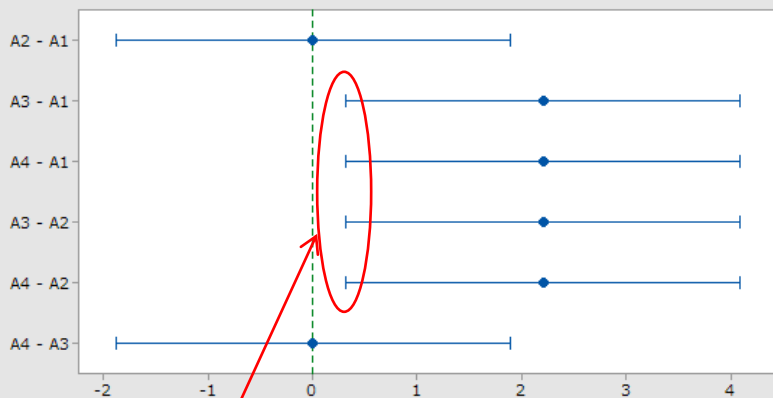
水準毎の平均 - A1, A2, ...の対照平均



区間にゼロがない場合、対応する平均と対照平均に有意差があります。

Fisherの個別の95%信頼区間

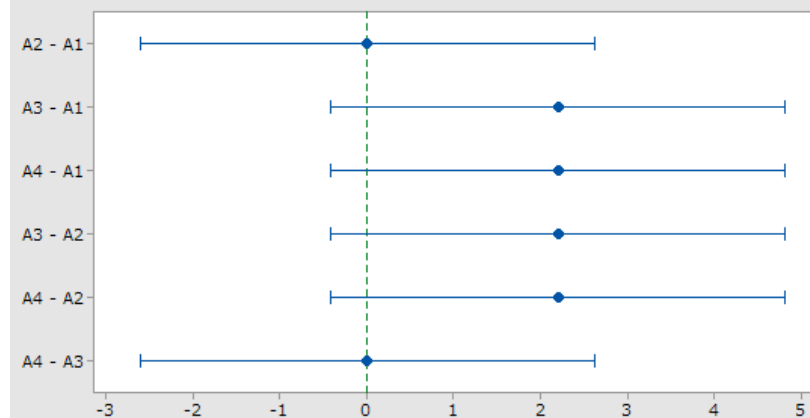
A1, A2, ...の平均値差



区間にゼロがない場合、対応する平均に有意差があります。

Tukeyの同時95%信頼区間

A1, A2, ...の平均値差

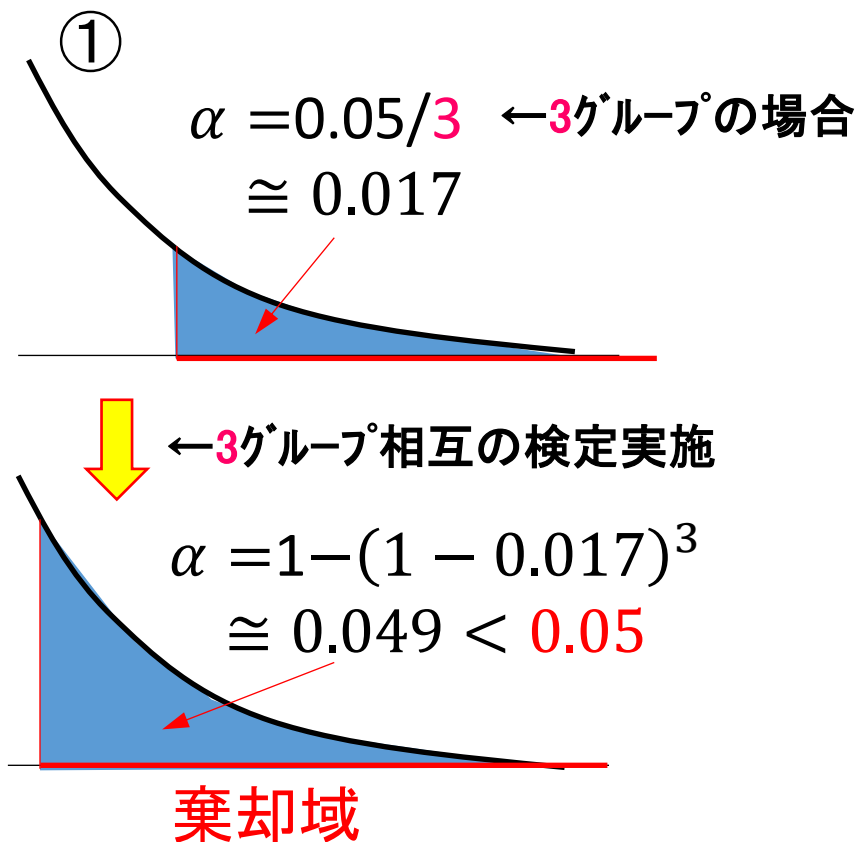


区間にゼロがない場合、対応する平均に有意差があります。

方法により、有意差ありとなしが混在する

多重比較法

名称		分類	方法	
①	Bonferroni法	有意水準補正型	繰り返し数に応じて有意水準を小さくする	2群間の対比を総わたりで実施
②	Tukey-Kramer法	分布補正型	独自の分布より棄却域の境界値を設定	
③	Dunnett法			
④	Scheffe法	検定統計量補正型	グループ数に応じて検定統計量を小さくする	複数の対比同時



② or ③

$$t_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

と境界値 q を比較する

2群の標本サイズが同じ場合の
 棄却域は $\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{2\sigma^2/n}} > \frac{q}{\sqrt{2}}$

q値

④

	A群	B群	C群
平均値	μ_1	μ_2	μ_3

$\sum c_j \mu_j \quad \sum c_j = 0 \quad c_j \text{は対比係数}$

2グループにして比較
 μ_1 と(μ_2 と μ_3 の平均)の対比
 $c_1 = 1 \quad c_2 = c_3 = -1/2$

$$F = \frac{(\sum c_j \bar{x}_j)^2 / (j - 1)}{\sigma_e^2 \sum c_j^2 / n_j}$$

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum (n_j - 1) \sigma_j^2}{N - j} \quad \sigma_j^2 = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j - 1}$$

$\bar{x}_j$: j群の平均 n_j : 群のサイズ N : 全サイズ