

母分散の検定

χ^2 検定

正規分布に従う母集団からの標本分散 s^2 は、標本サイズ n の値に関わらず、自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従います。

$$T = \frac{\text{標本サイズ} \times \text{標本分散}}{\text{母分散}}$$

等分散の検定

分析ツール

A及びBの分散は χ^2 分布に従い、A及びBの分散比はF分布に従う

$$T = \frac{\chi_A^2 / \phi_A}{\chi_B^2 / \phi_B} = \frac{\chi_A^2 / (n_A - 1)}{\chi_B^2 / (n_B - 1)} = \frac{\text{Aの分散}}{\text{Bの分散}}$$

分散分析に利用

母分散の検定→ χ^2 検定

ある機械の部品の新製法が開発されました。新製法の部品からランダムに40個取り出し重量の標準偏差を計算すると22gでした。

旧製法の重量の標準偏差は30gでした。新製法の重量のバラツキは小さくなったといえるかどうか、有意水準0.05で検定しなさい。

帰無仮説: $\sigma^2 = \sigma_0^2 = 30^2$ 母分散は 30^2 に等しい

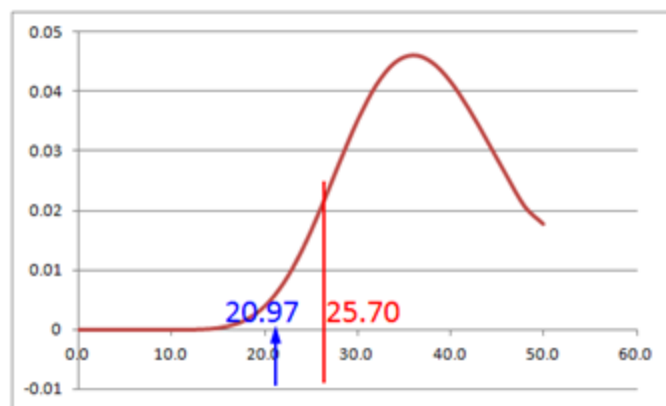
対立仮説: $\sigma^2 < \sigma_0^2 = 30^2$ 母分散は 30^2 より小さい

$$T = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{39 \times 22^2}{30^2} = 20.973 \quad T = \frac{\text{標本サイズ} \times \text{標本分散}}{\text{母分散}}$$

自由度 $f = n - 1 = 40 - 1 = 39$ 有意水準0.05のとき

$$T = 20.97 < 25.70 = \chi^2(n-1, 1-\alpha) = \chi^2(39, 0.95)$$

帰無仮説を棄却する。新製法による部品の重量バラツキは旧製法より小さくなったといえる。

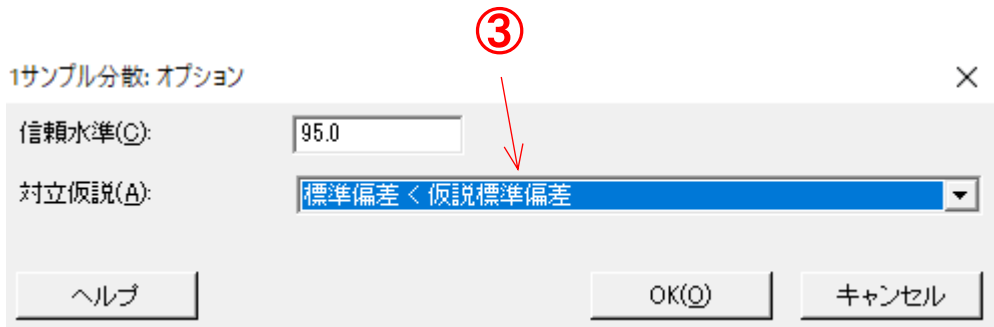
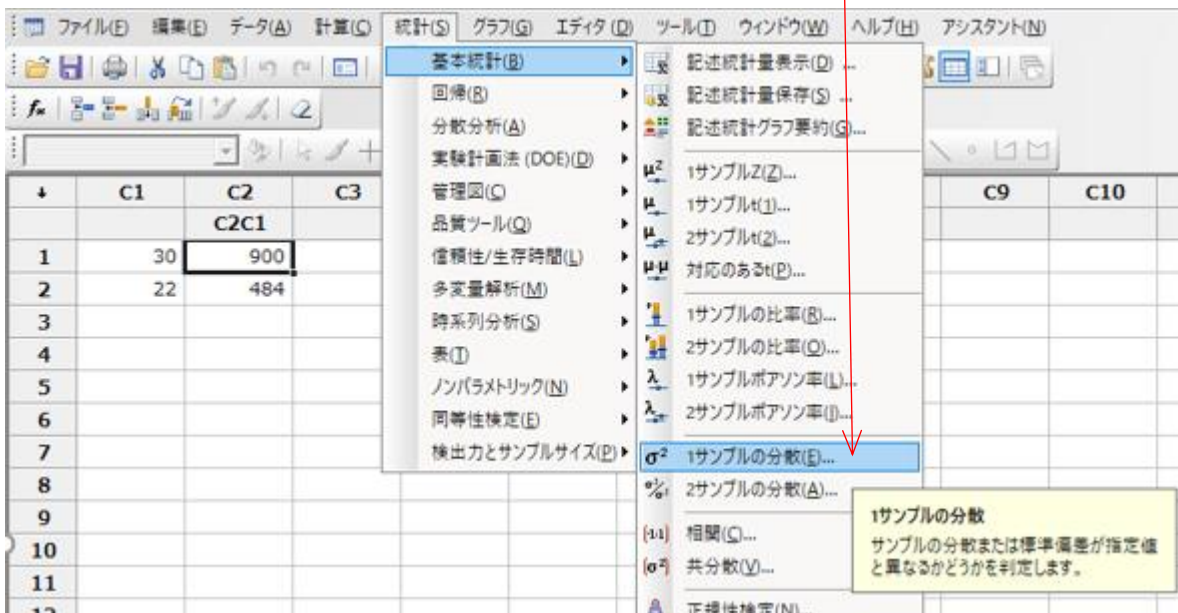


χ^2 分布表

Excel関数 $\text{CHIINV}(39,0.95)$

自由度	0.99	0.98	0.95	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.00016	0.00063	0.00393	0.01579	0.06418	0.14847	0.27500	0.45494	0.70833	1.07419	1.64237	2.70554	3.84146	5.41189	6.63490	10.82757
2	0.02010	0.04041	0.10259	0.21072	0.44629	0.71335	1.02165	1.38629	1.83258	2.40795	3.21888	4.60517	5.99146	7.82405	9.21034	13.81551
3	0.11483	0.18483	0.35185	0.58437	1.00517	1.42365	1.86917	2.36597	2.94617	3.66487	4.64163	6.25139	7.81473	9.83741	11.34487	16.26624
4	0.29711	0.42940	0.71072	1.06362	1.64878	2.19470	2.75284	3.35669	4.04463	4.87843	5.98862	7.77944	9.48773	11.66784	13.27670	18.46683
5	0.55430	0.75189	1.14548	1.61031	2.34253	2.99991	3.65550	4.35146	5.13187	6.06443	7.28928	9.23636	11.07050	13.38822	15.08627	20.51501
6	0.87209	1.13442	1.63538	2.20413	3.07009	3.82755	4.57015	5.34812	6.21076	7.23114	8.55806	10.64464	12.59159	15.03321	16.81189	22.45774
7	1.23904	1.56429	2.16735	2.83311	3.82232	4.67133	5.49323	6.34581	7.28321	8.38343	9.80325	12.01704	14.06714	16.62242	18.47531	24.32189
8	1.64650	2.03248	2.73264	3.48954	4.59357	5.52742	6.42265	7.34412	8.35053	9.52446	11.03009	13.36157	15.50731	18.16823	20.09024	26.12448
9	2.08790	2.53238	3.32511	4.16816	5.38005	6.39331	7.35703	8.34283	9.41364	10.65637	12.24215	14.68366	16.91898	19.67902	21.66599	27.87716
10	2.55821	3.05905	3.94030	4.86518	6.17908	7.26722	8.29547	9.34182	10.47324	11.78072	13.44196	15.98718	18.30704	21.16077	23.20925	29.58830
11	3.05348	3.60869	4.57481	5.57778	6.98867	8.14787	9.23729	10.34100	11.52983	12.89867	14.63142	17.27501	19.67514	22.61794	24.72497	31.26413
12	3.57057	4.17829	5.22603	6.30380	7.80733	9.03428	10.18197	11.34032	12.58384	14.01110	15.81199	18.54935	21.02607	24.05396	26.21697	32.90949
13	4.10692	4.76545	5.89186	7.04150	8.63386	9.92568	11.12914	12.33976	13.63557	15.11872	16.98480	19.81193	22.36203	25.47151	27.68825	34.52818
14	4.66043	5.36820	6.57063	7.78953	9.46733	10.82148	12.07848	13.33927	14.68529	16.22210	18.15077	21.06414	23.68479	26.87276	29.14124	36.12327
15	5.22935	5.98492	7.26094	8.54676	10.30696	11.72117	13.02975	14.33886	15.73322	17.32169	19.31066	22.30713	24.99579	28.25950	30.57791	37.69730
16	5.81221	6.61424	7.96165	9.31224	11.15212	12.62435	13.98274	15.33850	16.77954	18.41789	20.46508	23.54183	26.29623	29.63318	31.99993	39.25235
17	6.40776	7.25500	8.67176	10.08519	12.00227	13.53068	14.93727	16.33818	17.82439	19.51102	21.61456	24.76904	27.58711	30.99505	33.40866	40.79022
18	7.01491	7.90622	9.39046	10.86494	12.85695	14.43986	15.89321	17.33790	18.86790	20.60135	22.75955	25.98942	28.86930	32.34616	34.80531	42.31240
19	7.63273	8.56704	10.11701	11.65091	13.71579	15.35166	16.85043	18.33765	19.91020	21.68913	23.90042	27.20357	30.14353	33.68743	36.19087	43.82020
20	8.26040	9.23670	10.85081	12.44261	14.57844	16.26586	17.80883	19.33743	20.95137	22.77455	25.03751	28.41198	31.41043	35.01963	37.56623	45.31475
21	8.89720	9.91456	11.59131	13.23960	15.44461	17.18227	18.76831	20.33723	21.99150	23.85779	26.17110	29.61509	32.67057	36.34345	38.93217	46.79704
22	9.54249	10.60003	12.33801	14.04149	16.31404	18.10072	19.72879	21.33704	23.03066	24.93902	27.30145	30.81328	33.92444	37.65950	40.28936	48.26794
23	10.19572	11.29260	13.09051	14.84796	17.18651	19.02109	20.69020	22.33688	24.06892	26.01837	28.42879	32.00690	35.17246	38.96831	41.63840	49.72823
24	10.85636	11.99182	13.84843	15.65868	18.06180	19.94323	21.65249	23.33673	25.10635	27.09596	29.55332	33.19624	36.41503	40.27036	42.97982	51.17860
25	11.52398	12.69727	14.61141	16.47341	18.93975	20.86703	22.61558	24.33659	26.14298	28.17192	30.67520	34.38159	37.65248	41.56607	44.31410	52.61966
26	12.19815	13.40858	15.37916	17.29188	19.82019	21.79240	23.57943	25.33646	27.17888	29.24633	31.79461	35.56317	38.88514	42.85583	45.64168	54.05196
27	12.87850	14.12542	16.15140	18.11390	20.70298	22.71924	24.54400	26.33634	28.21408	30.31929	32.91169	36.74122	40.11327	44.13999	46.96294	55.47602
28	13.56471	14.84748	16.92788	18.93924	21.58797	23.64746	25.50925	27.33623	29.24862	31.39088	34.02657	37.91592	41.33714	45.41885	48.27824	56.89229
29	14.25645	15.57448	17.70837	19.76774	22.47505	24.57699	26.47513	28.33613	30.28254	32.46117	35.13936	39.08747	42.55697	46.69270	49.58788	58.30117
30	14.95346	16.30617	18.49266	20.59923	23.36411	25.50776	27.44162	29.33603	31.31586	33.53023	36.25019	40.25602	43.77297	47.96180	50.89218	59.70306
31	15.65546	17.04232	19.28057	21.43356	24.25506	26.43971	28.40868	30.33594	32.34863	34.59813	37.35914	41.42174	44.98534	49.22640	52.19139	61.09831
32	16.36222	17.78271	20.07191	22.27059	25.14779	27.37277	29.37629	31.33586	33.38086	35.66492	38.46631	42.58475	46.19426	50.48670	53.48577	62.48722
33	17.07351	18.52714	20.86653	23.11020	26.04222	28.30691	30.34441	32.33578	34.41259	36.73065	39.57179	43.74518	47.39988	51.74292	54.77554	63.87010
34	17.78915	19.27544	21.66428	23.95225	26.93827	29.24205	31.31303	33.33571	35.44383	37.79538	40.67565	44.90316	48.60237	52.99524	56.06091	65.24722
35	18.50893	20.02743	22.46502	24.79665	27.83587	30.17817	32.28212	34.33564	36.47461	38.85914	41.77796	46.05879	49.80185	54.24383	57.34207	66.61883
36	19.23268	20.78294	23.26861	25.64330	28.73496	31.11522	33.25166	35.33557	37.50494	39.92198	42.87880	47.21217	50.99846	55.48886	58.61921	67.98517
37	19.96023	21.54185	24.07494	26.49209	29.63547	32.05315	34.22163	36.33551	38.53485	40.98394	43.97822	48.36341	52.19232	56.73047	59.89250	69.34645
38	20.69144	22.30401	24.88390	27.34295	30.53734	32.99194	35.19201	37.33545	39.56435	42.04505	45.07628	49.51258	53.38354	57.96880	61.16209	70.70289
39	21.42616	23.06929	25.69539	28.19579	31.44052	33.93155	36.16280	38.33540	40.59346	43.10535	46.17303	50.65977	54.57223	59.20398	62.42812	72.05466

Minitab ①統計→基本統計→1サンプルの分散



1サンプルの分散の検定および信頼区間

方法

帰無仮説 $\sigma = 30$
対立仮説 $\sigma < 30$

カイ二乗法は正規分布にのみ使用できます。
要約データではBonnettの方法を計算できません。

統計量

非欠損値	標準偏差	分散
40	22.0	484

実行結果

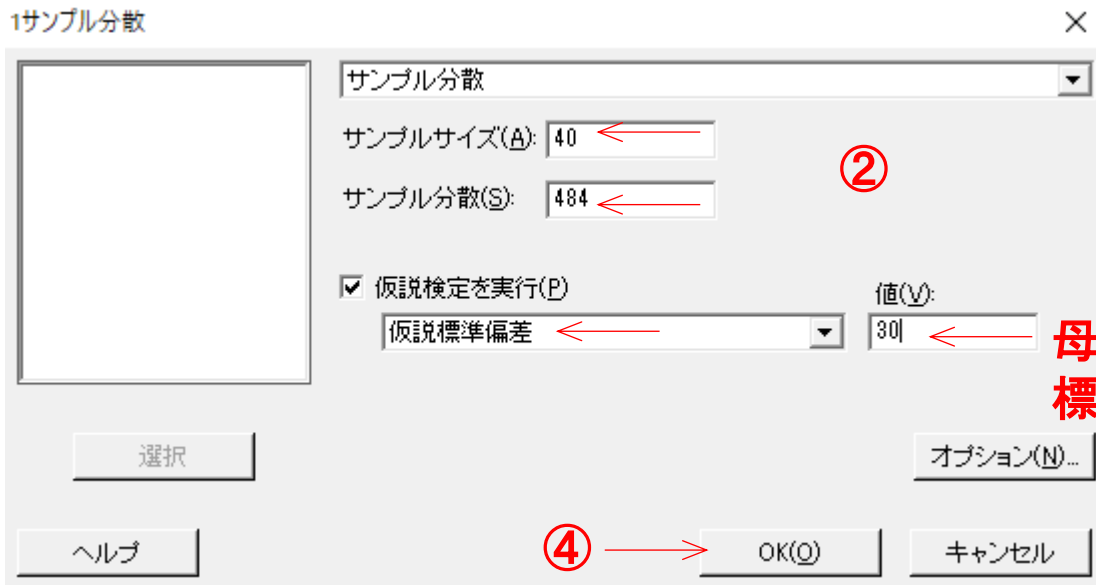
95%の片側信頼区間

方法	標準偏差に対する上限	分散に対する上限
カイ二乗	27.1	735

テスト

方法	検定統計量	自由度	p値
カイ二乗	20.97	39	0.008

<0.05より
帰無仮説は棄却



母集団の
標準偏差

2つの分散比の検定 → F検定

A工程とB工程で製品重量を測定した結果を以下に示す。

両工程の分散の違いを有意水準0.05で検定しなさい。

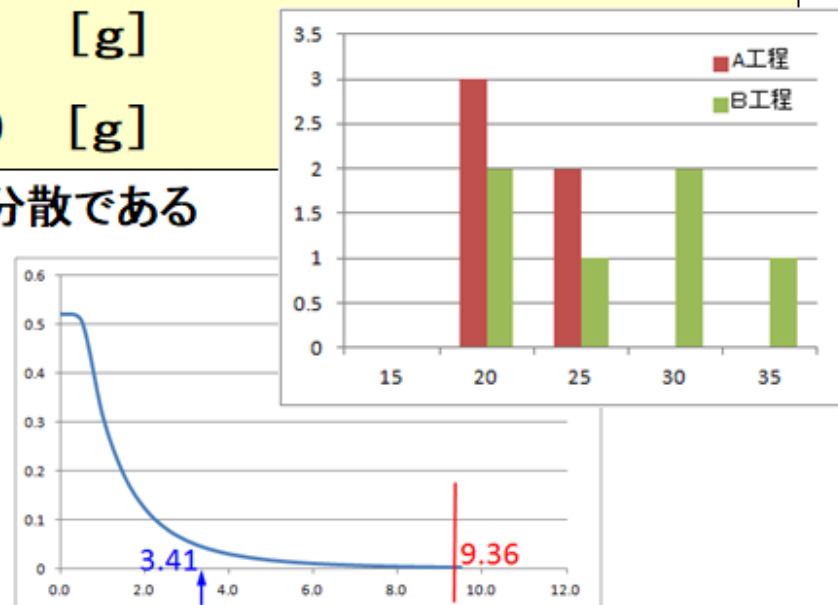
A工程 20, 21, 18, 25, 17 [g]

B工程 16, 21, 31, 26, 28, 19 [g]

帰無仮説: $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ A工程とB工程は等分散である

$$V_A = \frac{\sum x_A^2 - \frac{(\sum x_A)^2}{n_A}}{n_A - 1} = 9.70$$
$$V_B = \frac{\sum x_B^2 - \frac{(\sum x_B)^2}{n_B}}{n_B - 1} = 33.1$$
$$= \frac{\sum (x_A - \bar{x})^2}{n_A - 1}$$
$$= \frac{\sum (x_B - \bar{x})^2}{n_B - 1}$$

$$T = \frac{\text{大きい分散}}{\text{小さい分散}} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{33.1}{9.70} = 3.41$$



自由度 $\varphi_A = n_A - 1 = 5 - 1 = 4$ $\varphi_B = n_B - 1 = 6 - 1 = 5$

F分布表から $F(\varphi_A, \varphi_B, \alpha/2) = F(5, 4, 0.025) = 9.36$

$T = 3.41 < 9.36 = F(5, 4, 0.025)$ より、帰無仮説は棄却できない。

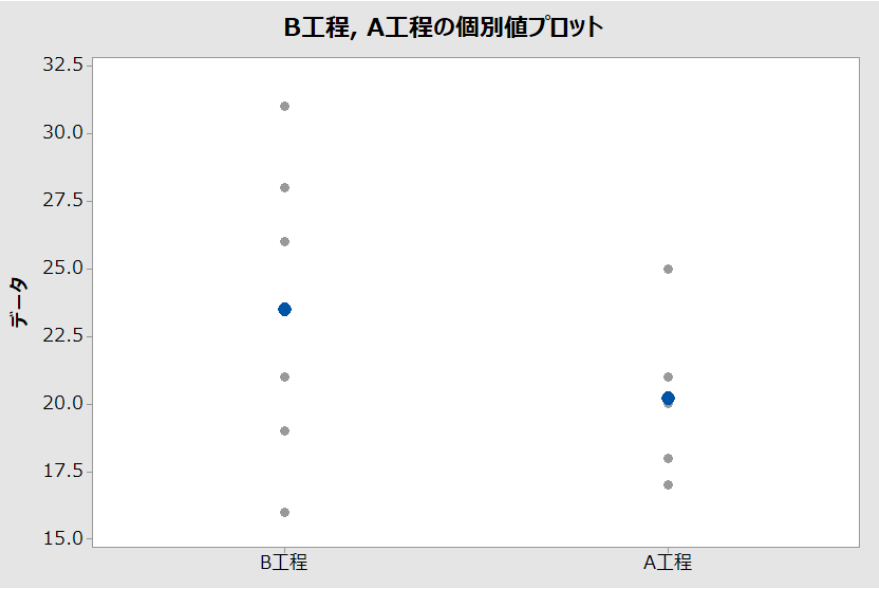
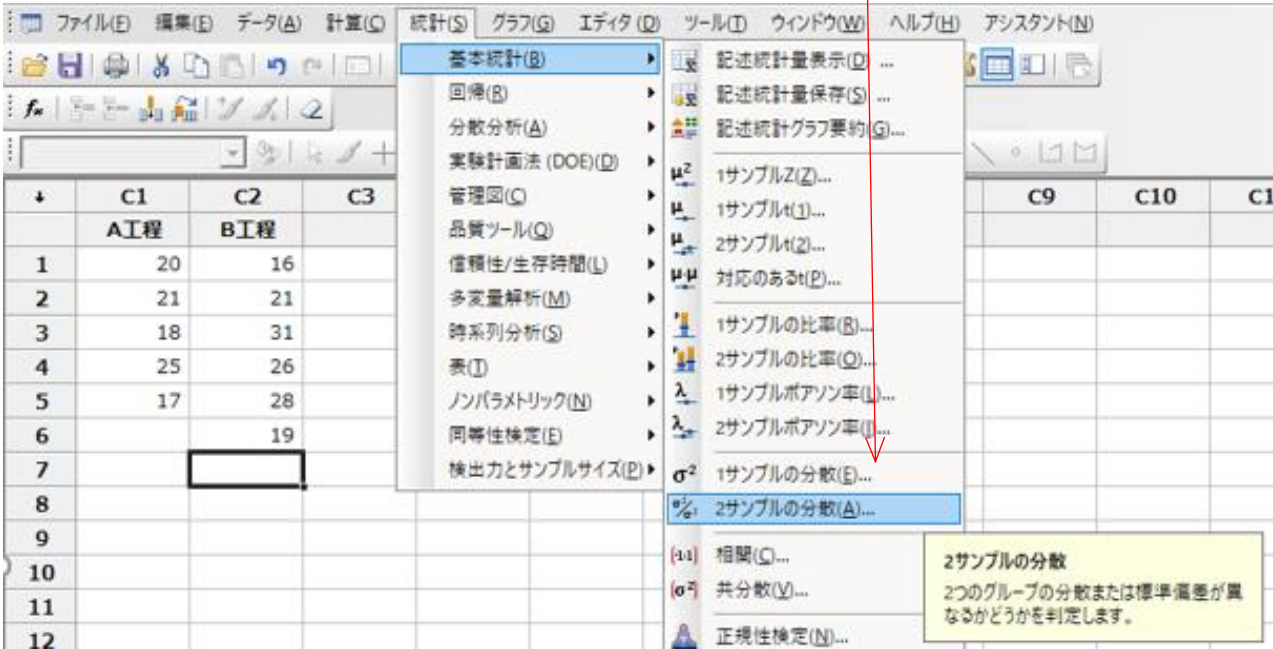
すなわちA工程とB工程の分散に有意差はみられない

F 分布表

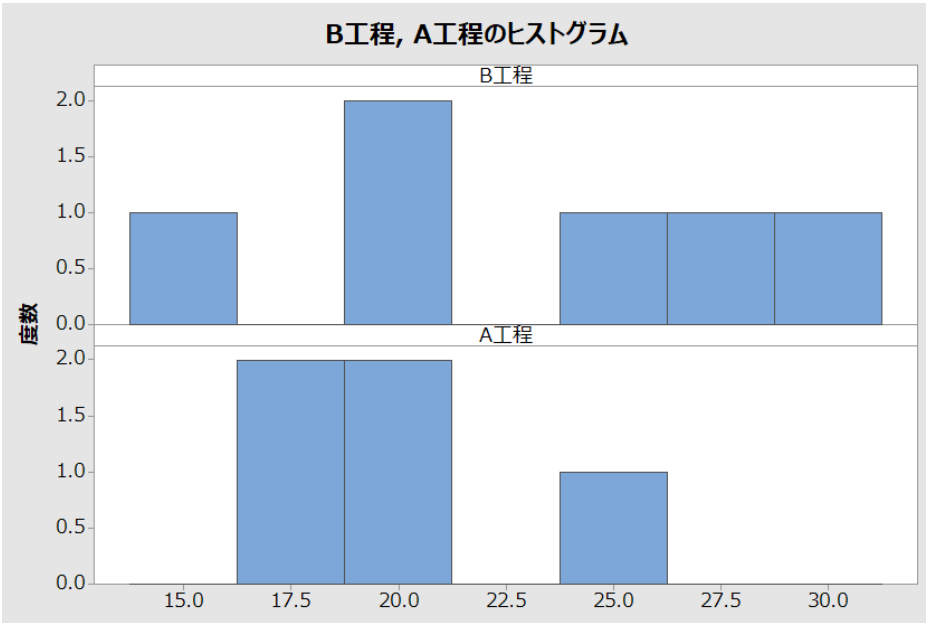
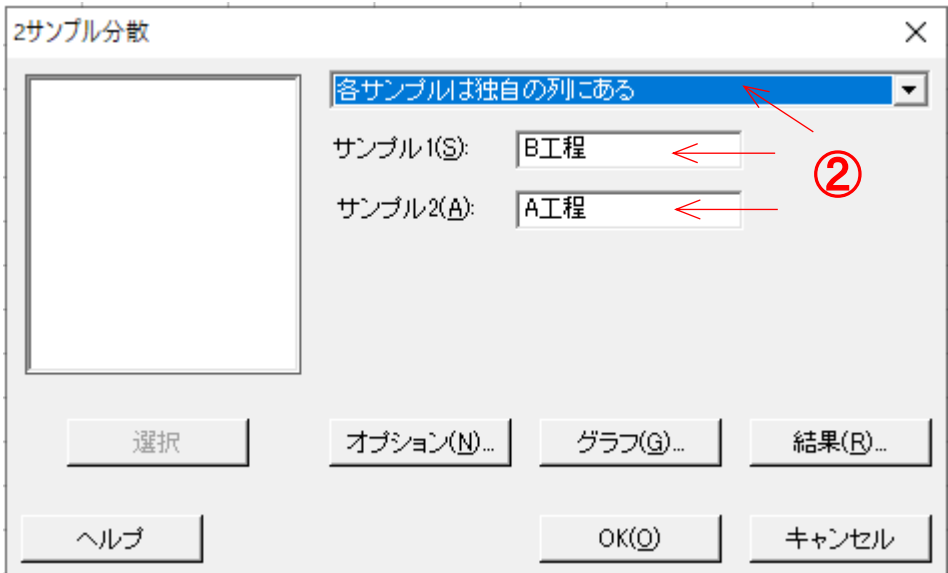
Excel関数 FINV(0.025,5,4)

		分子の自由度										0.025
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
分母の自由度	1	647.789	799.500	864.163	899.583	921.848	937.111	948.217	956.656	963.285	968.627	
	2	38.506	39.000	39.165	39.248	39.298	39.331	39.355	39.373	39.387	39.398	
	3	17.443	16.044	15.439	15.101	14.885	14.735	14.624	14.540	14.473	14.419	
	4	12.218	10.649	9.979	9.605	9.364	9.197	9.074	8.980	8.905	8.844	
	5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	
	6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.695	5.600	5.523	5.461	
	7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823	4.761	
	8	7.571	6.059	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295	
	9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964	
	10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	

Minitab ①統計→基本統計→2サンプルの分散



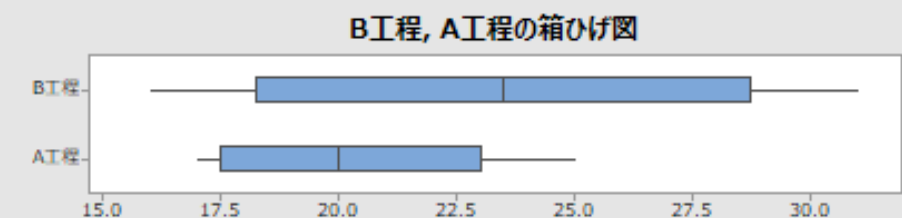
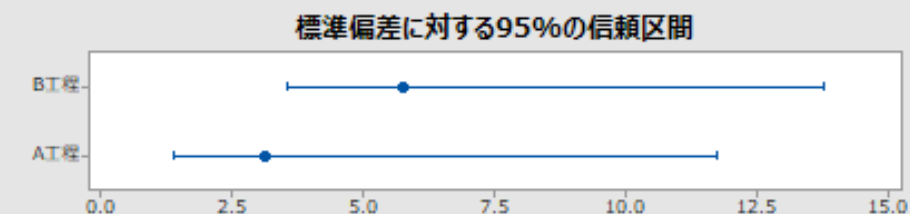
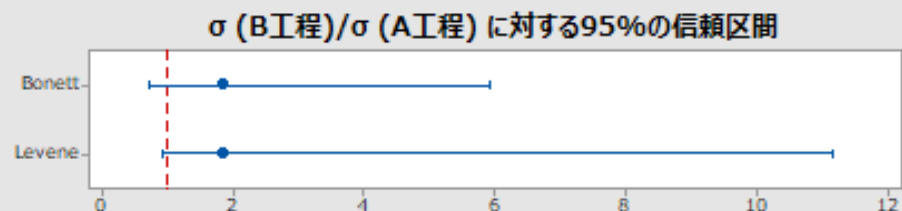
実行結果



実行結果

2サンプルの分散の検定および信頼区間: B工程, A工程

比 = 1 対 比 ≠ 1



2サンプルの分散の検定および信頼区間: B工程, A工程

方法

帰無仮説 $\sigma(B\text{工程}) / \sigma(A\text{工程}) = 1$
 対立仮説 $\sigma(B\text{工程}) / \sigma(A\text{工程}) \neq 1$
 有意水準 $\alpha = 0.05$

統計量

変数	非欠 損値	標準偏差	分散	標準偏 差に対す る95%の信頼区 間
B工程	6	5.753	33.100	(3.561, 13.803)
A工程	5	3.114	9.700	(1.359, 11.743)

標準偏差の比= 1.847

分散の比= 3.412

95%の信頼区間

方法	標準偏差 比に対する信 頼区間	分散比に対す る信頼区間
Bonett	(0.703, 5.920)	(0.494, 35.049)
Levene	(0.920, 11.202)	(0.846, 125.480)

テスト

方法	DF1	DF2	検定統 計量	p値
Bonett	-	-	-	0.174
Levene	1	9	4.24	0.070

>0.05のため
 帰無仮説は棄却できない
 →有意差なし