

## ベルヌーイ試行

$$P(X = 1) = p$$

$$P(X = 0) = 1 - p$$

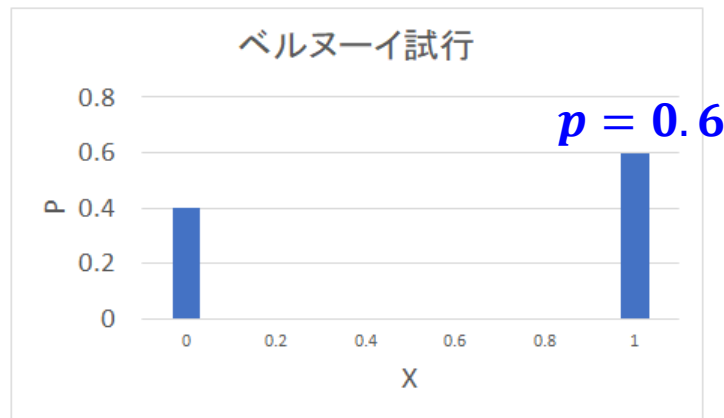
$$\text{期待値 } E[X] = p$$

$$\text{分散 } V[X] = p(1 - p)$$



複数回施行

合格率60%の試験の1回目の合格率



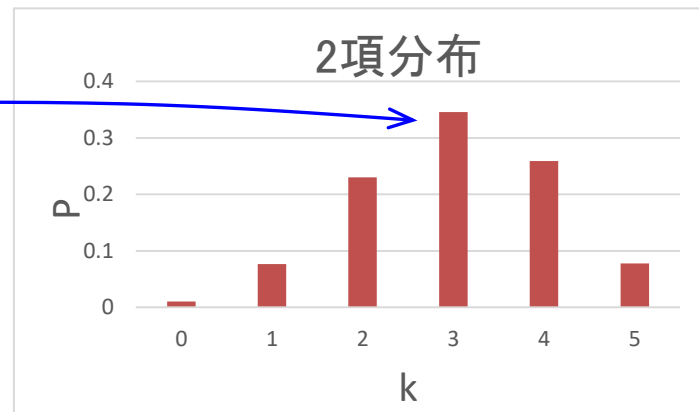
## 二項分布

$$P(X) = {}_n C_k p^k (1 - p)^{n-k}$$

$$\text{期待値 } E[X] = np = 5 \times 0.6 = 3$$

$$\text{分散 } V[X] = np(1 - p)$$

合格率60%の試験5回実施、k回目の合格率



## ベータ分布

イカサマなコインがあり、表が出る確率が $x$ の時、表が $m$ 回、裏が $n$ 回出たとします。  
この時に、表が出る確率を予測する際に用います。

### ベータ分布の確率密度関数

$$f(x) = \frac{x^m(1-x)^n}{\int_0^1 x^m(1-x)^n dx} = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} dx} = B(\alpha, \beta) x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

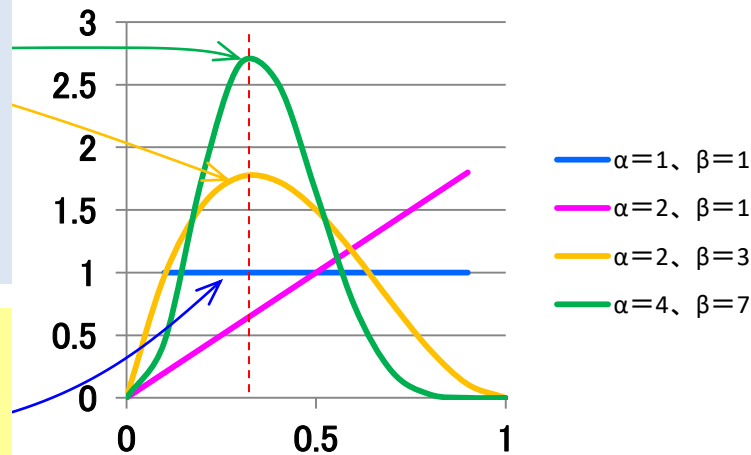
$$B(\alpha, \beta) = \frac{1}{\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} dx} = \frac{(\alpha-1)!(\beta-1)!}{(\alpha+\beta-1)!} \quad (\alpha \text{ 及び } \beta \text{ が整数の場合})$$

分子の0~1の累積値で規格化

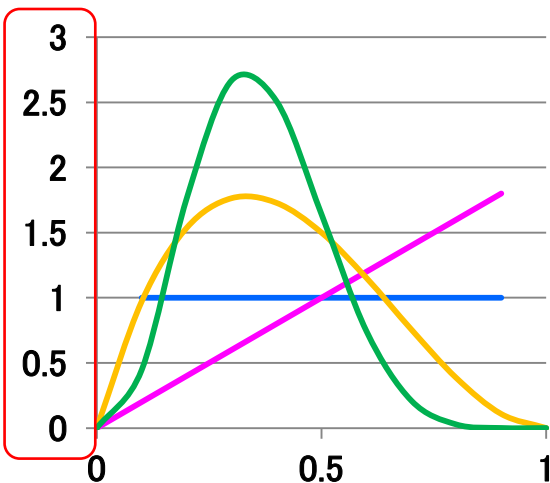
$\alpha$	1	2	2	4
$\beta$	1	1	3	7
$m$	0	1	1	3
$n$	0	0	2	6
$B(\alpha, \beta)$	1	2	12	840

$m:n=1:2$ は同じ  
緑の方が橙より  
自信を持って  
1/3と言える  
(数値が大)

$m=0, n=0$ は  
1回もコインを投げて  
いないので情報一様



前ページの式で算出  
 $B(\alpha, \beta)$  は階乗の式で計算



$\alpha=1, \beta=1$   
 $\alpha=2, \beta=1$   
 $\alpha=2, \beta=3$   
 $\alpha=4, \beta=7$

Excelでは

$\text{BETADIST}(x, \alpha, \beta)$  を用いて累積確率密度  
 を算出 → 確率密度関数を計算

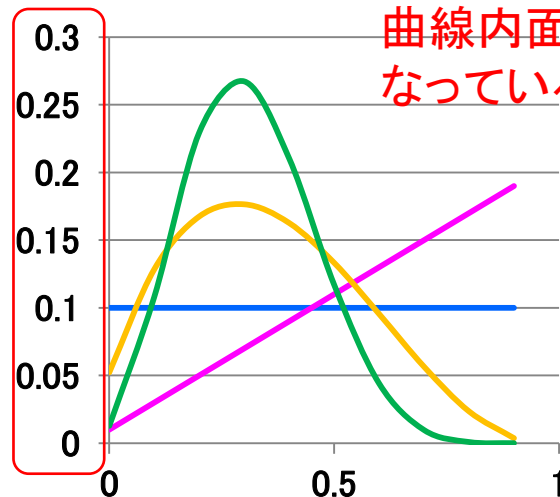
$\alpha$	2
$\beta$	1
0	0
0.1	0.01
0.2	0.03
0.3	0.05

$0 = \text{BETADIST}(0, 2, 1)$

$0.01 = \text{BETADIST}(0.1, 2, 1) - \text{BETADIST}(0, 2, 1)$

$0.03 = \text{BETADIST}(0.2, 2, 1) - \text{BETADIST}(0.1, 2, 1)$

$0.05 = \text{BETADIST}(0.3, 2, 1) - \text{BETADIST}(0.2, 2, 1)$



曲線内面積が1に  
 になっている

$\alpha=1, \beta=1$   
 $\alpha=2, \beta=1$   
 $\alpha=2, \beta=3$   
 $\alpha=4, \beta=7$