行列力学

ハイゼンベルク

$$-\frac{ih}{2\pi}\frac{d}{dt}\hat{A}(t) = \left[\widehat{H}, \hat{A}(t)\right]$$

波動力学

シュレディンガー

$$-\frac{ih}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\psi(t,x) = \widehat{H}\psi(t,x)$$

量子力学

経路積分

ファインマン

$$U\left(t_{1,}y_1 : t_{0,}y_0\right) = \int [dx(t)]e^{-\frac{ih}{2\pi}S[x(t)]}$$

行列力学

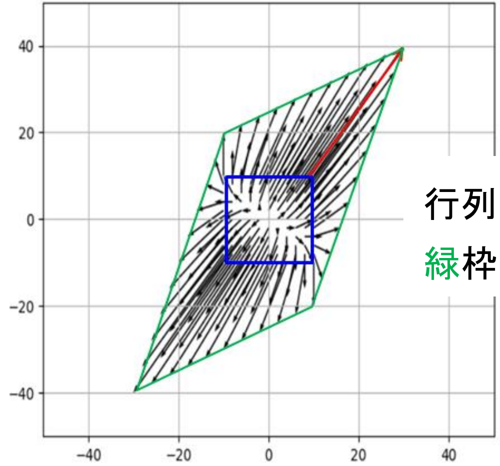
① 正準交換関係　$\left[\hat{X}(t),\hat{P}(t)\right]=\hat{X}(t)\hat{P}(t)-\hat{P}(t)\hat{X}(t)=\frac{ih}{2\pi}$

② ハミルトニアン　$\hat{H}=\frac{\hat{P}(t)^2}{2m}+V\left(\hat{X}(t)\right)$

③ ハイゼンベルク方程式　$-\frac{ih}{2\pi}\frac{d}{dt}\hat{A}(t)=\left[\hat{H},\hat{A}(t)\right]$

④ 物理量の期待値　$\left\langle\hat{A}(t)\right\rangle=\overrightarrow{\psi_0}^{\dagger}\hat{A}(t)\overrightarrow{\psi_0}$　ψ_0は状態ベクトル

行列$\hat{A}$はベクトルを変形する



行列$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$を掛けると青枠から
緑枠のように拡がります

$\hat{A}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$　　$e=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$　　$e^{\dagger}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\hat{A}e=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$

ダガー：複素共役　$\vec{v} = x + iy$の時
$\vec{v}^{\dagger} = x - iy$となります

$e^{\dagger}\hat{A}e=\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}}=a$

内積：　重なり具合を表す

行列Aの、基準ベクトルeへの影響力を抜き出せる

再掲

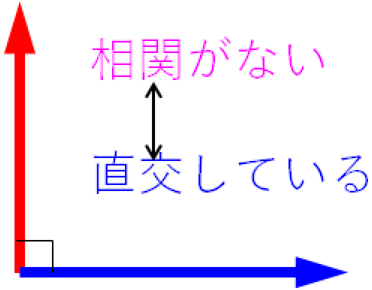
相関係数

−1≦相関係数 r ≦1

$$
\begin{array}{cc}
\boldsymbol{X'} & \boldsymbol{Y'} \\
\begin{pmatrix} x_1-\bar{x} \\ x_2-\bar{x} \\ x_3-\bar{x} \\ x_4-\bar{x} \\ x_5-\bar{x} \\ x_6-\bar{x} \\ x_7-\bar{x} \\ x_8-\bar{x} \\ \vdots \\ x_{N\text{-}3}-\bar{x} \\ x_{N\text{-}3}-\bar{x} \\ x_{N\text{-}2}-\bar{x} \\ x_{N\text{-}1}-\bar{x} \\ x_N-\bar{x} \end{pmatrix} &
\begin{pmatrix} y_1-\bar{y} \\ y_2-\bar{y} \\ y_3-\bar{y} \\ y_4-\bar{y} \\ y_5-\bar{y} \\ y_6-\bar{y} \\ y_7-\bar{y} \\ y_8-\bar{y} \\ \vdots \\ y_{N\text{-}3}-\bar{y} \\ y_{N\text{-}3}-\bar{y} \\ y_{N\text{-}2}-\bar{y} \\ y_{N\text{-}1}-\bar{y} \\ y_N-\bar{y} \end{pmatrix}
\end{array}
$$

θ=0° cosθ=1 r=1

θ=90° cosθ=0 r=0



相関がない

↕

直交している

相関係数 r

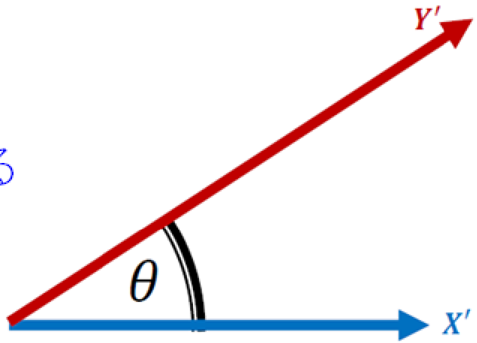
ベクトルX'、Y'の内積

$$
= \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\bar{y})^2}}
$$

ベクトルX'、Y'のノルム
（スカラー、長さ・大きさ）

$$
= \frac{X' \cdot Y'}{\|X'\|\|Y'\|}
$$

$$
= \cos\theta
$$



行列で表す位置$\hat{X}$　、ベクトルの量子状態$\vec{\psi}$(プサイ)　$\vec{\psi}$の長さを1とする

位置行列$\hat{X}$の作用によって変形された状態ベクトルが、$\hat{X}\vec{\psi}$

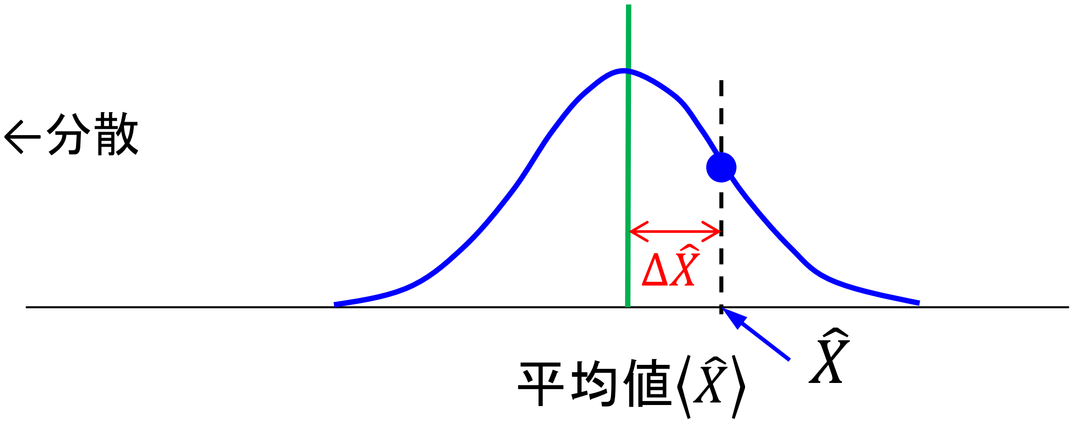
→　位置測定後の量子状態

位置行列$\hat{X}$の作用によって変形された状態ベクトルがどの程度影響を受けたか？

→　内積　$\vec{\psi}^{\dagger}\hat{X}\vec{\psi}$　で評価可能

→　位置の期待値(測定値の平均値)とする

不確定性$\Delta\hat{X} = \left(\hat{X} - \langle\hat{X}\rangle\right)^2$　←分散



位置測定後→　運動量測定の状態　$\hat{P}\hat{X}\vec{\psi}$

運動量測定後→　位置測定の状態　$\hat{X}\hat{P}\vec{\psi}$

数学では、行列の掛算は交換できない　$\hat{P}\hat{X}\vec{\psi} \neq \hat{X}\hat{P}\vec{\psi}$

$\hat{X}\hat{P} - \hat{P}\hat{X} = \frac{ih}{2\pi}$　← 正準交換関係

ハイゼンベルクの不確定性原理　$\Delta X \cdot \Delta P \geq \frac{ih}{2\pi}$