行列力学　抽象的な粒子

① 正準交換関係　$\left[\hat{X}(t), \hat{P}(t)\right] = \hat{X}(t)\hat{P}(t) - \hat{P}(t)\hat{X}(t) = \frac{ih}{2\pi}$

② ハミルトニアン　$\hat{H} = \frac{\hat{P}(t)^2}{2m} + V\left(\hat{X}(t)\right)$

運動エネルギー　ポテンシャルエネルギー

③ ハイゼンベルク方程式　$-\frac{ih}{2\pi}\frac{d}{dt}\hat{A}(t) = \left[\hat{H}, \hat{A}(t)\right]$

左辺：　ちょっとだけ時間が経ったときの物理量$\hat{A}(t)$
右辺：　ハミルトニアンと物理量の交換子を計算

④ 物理量の期待値　$\langle \hat{A}(t) \rangle = \overrightarrow{\psi_0}^{\dagger} \hat{A}(t) \overrightarrow{\psi_0}$　ψ_0は状態ベクトル

位置行列や運動量行列は時間変化するが、状態ベクトルは変化しない

ハイゼンベルク方程式 $\frac{d}{dt}\hat{A}(t) = \frac{2\pi i}{h}[\hat{H}, \hat{A}(t)]$

$$\hat{A}(\delta t) = \hat{A}(0) + \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}\hat{A}(0) - \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{A}(0)\hat{H}$$

$$\hat{A}(\delta t) = \left(1 + \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}\right)\hat{A}(0)\left(1 - \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}\right)$$

$\hat{T}(\delta t) = 1 - \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}$ $\quad \hat{T}(\delta t)^{\dagger} = 1 + \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}$ とおく

$\hat{A}(\delta t) = \hat{T}(\delta t)^{\dagger}\hat{A}(0)\hat{T}(\delta t)$ 時間がδtだけ進行して$\hat{A}(\delta t)$に変化した

時間発展行列

$$\langle \hat{A}(\delta t) \rangle = \overrightarrow{\psi_0}^{\dagger}\hat{A}(\delta t)\overrightarrow{\psi_0}$$
$$= \overrightarrow{\psi_0}^{\dagger} \cdot (\hat{T}(\delta t)^{\dagger}\hat{A}(0)\hat{T}(\delta t)) \cdot \overrightarrow{\psi_0}$$

時間変化する行列$\hat{T}(\delta t)^{\dagger}\hat{A}(0)\hat{T}(\delta t)$を
時間変化しないベクトル$\overrightarrow{\psi_0}$で挟んだもの

ハイゼンベルク描像

し　・　んぶん　・し

$$\langle \hat{A}(\delta t)\rangle = \overrightarrow{\psi_0}^{\dagger} \cdot \left(\hat{T}(\delta t)^{\dagger}\hat{A}(0)\hat{T}(\delta t)\right) \cdot \overrightarrow{\psi_0}$$

ハイゼンベルク描像

$$= (\overrightarrow{\psi_0}^{\dagger}\hat{T}(\delta t)^{\dagger}) \cdot \hat{A}(0) \cdot (\hat{T}(\delta t)\overrightarrow{\psi_0})$$

シュレディンガー描像

しん　・　ぶ　・　んし

$\hat{T}(\delta t)\overrightarrow{\psi_0}$は、$\hat{T}(\delta t)$がベクトル$\overrightarrow{\psi_0}$に作用して変形した新しいベクトル

→時間がδtだけ経ったベクトル$\vec{\psi}(\delta t)$

$\vec{\psi}(\delta t) = \hat{T}(\delta t)\overrightarrow{\psi_0}$　←状態ベクトルは時間変化する

物理量を表す行列$\hat{A}(0)$は時間変化しない

≠行列力学

波動力学　　状態ベクトルが運動する　　波

$$\vec{\psi}(t+\delta t) = \hat{T}(\delta t)\vec{\psi}(t)$$

$\hat{T}(\delta t) = 1 - \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}$ とおいたので

$$\vec{\psi}(t+\delta t) = \vec{\psi}(t) - \frac{2\pi i \delta t}{h}\hat{H}\vec{\psi}(t)$$

$$\frac{\vec{\psi}(t+\delta t) - \vec{\psi}(t)}{\delta t} = -\frac{2\pi i}{h}\hat{H}\vec{\psi}(t)$$

$$\frac{ih}{2\pi}\frac{d\vec{\psi}(t)}{dt} = \hat{H}\vec{\psi}(t)$$

シュレディンガー方程式