

最尤法

問題

100回投げて80回表がでる確率 $L(p)$ が最大となる
イカサマコインの表が出る確率 p を求よ

二項分布は、 $L(p) = {}_nC_rp^r(1-p)^{n-r}$

$$\log L(p) = r \log p + (n-r) \log(1-p) + \log {}_nC_r$$

L を最大にする p がもっともらしいので、 p で微分して

$$\frac{d}{dp} \log L(p) = \frac{r}{p} - \frac{n-r}{1-p}$$

$$\frac{r}{p} - \frac{n-r}{1-p} = 0 \text{ のとき極値をとるので、}$$

$$p = \frac{r}{n} \text{ のとき、もっともらしいことがわかる}$$

事例

表がでる確率 p であるイカサマコインを100回投げて80回表が出る

確率は $L(p) = {}_{100}C_{80}p^{80}(1-p)^{20}$

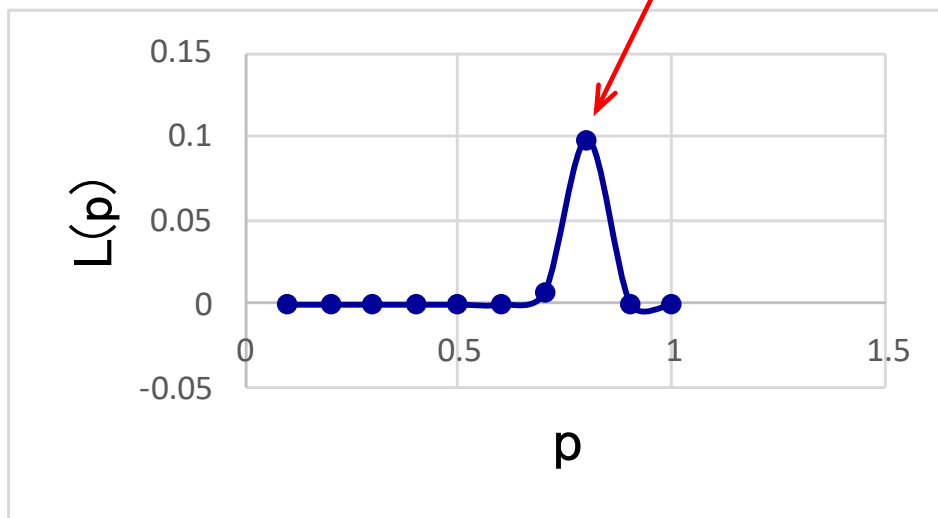
L を最大にする p がもっともらしい

$$\log L(p) = 80 \log p + 20 \log(1-p) + \log {}_{100}C_{80}$$

p で微分して

$$\frac{d}{dp} \log L(p) = \frac{80}{p} - \frac{20}{1-p}$$

$$\frac{80}{p} - \frac{20}{1-p} = 0 \text{ のとき } p = \frac{r}{n} = \frac{80}{100} = 0.8 \text{ がもっともらしい } p$$

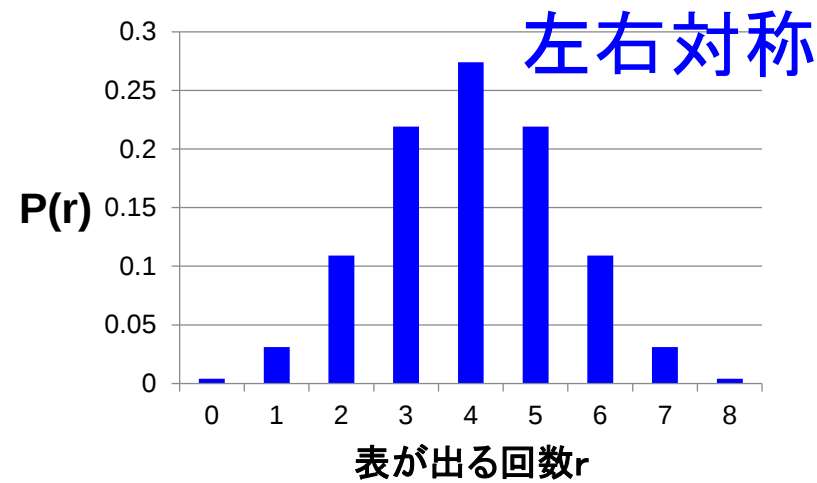


コインを8回投げて表が出る確率
表及び裏が出る確率 $p=0.5$

表が出る回数 r

- $P(0) = 1 \times 0.5^0 \times 0.5^8 \doteq 0.004$
- $P(1) = 8 \times 0.5^1 \times 0.5^7 \doteq 0.031$
- $P(2) = 28 \times 0.5^2 \times 0.5^6 \doteq 0.109$
- $P(3) = 56 \times 0.5^3 \times 0.5^5 \doteq 0.219$
- $P(4) = 70 \times 0.5^4 \times 0.5^4 \doteq 0.274$
- $P(5) = 56 \times 0.5^5 \times 0.5^3 \doteq 0.219$
- $P(6) = 28 \times 0.5^6 \times 0.5^2 \doteq 0.109$
- $P(7) = 8 \times 0.5^7 \times 0.5^1 \doteq 0.031$
- $P(8) = 1 \times 0.5^8 \times 0.5^0 \doteq 0.004$

計1.000



不良率 $p=20\%$ の製品を10個ずつ箱詰した
1箱に不良が r 個含まれる確率

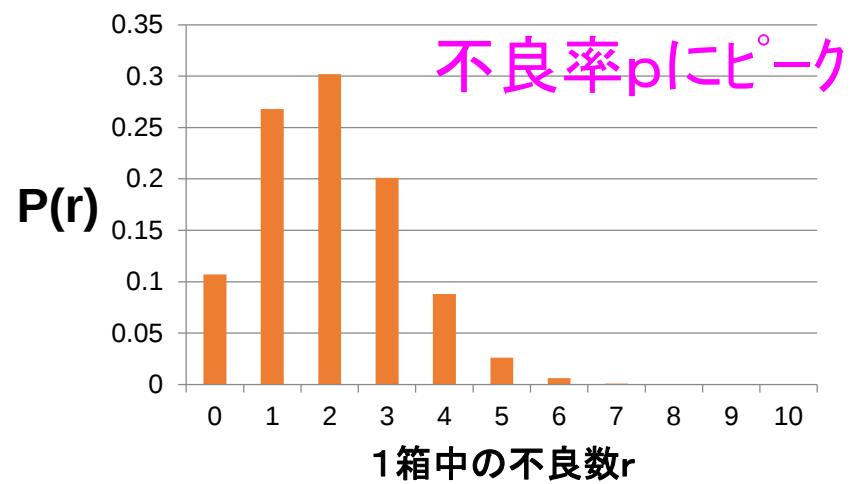
$$P(r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}$$

2項分布

- $P(0) = 1 \times 0.2^0 \times 0.8^{10} \doteq 0.107$
- $P(1) = 10 \times 0.2^1 \times 0.8^9 \doteq 0.268$
- $P(2) = 45 \times 0.2^2 \times 0.8^8 \doteq 0.302$
- $P(3) = 120 \times 0.2^3 \times 0.8^7 \doteq 0.201$
- $P(4) = 210 \times 0.2^4 \times 0.8^6 \doteq 0.088$
- $P(5) = 252 \times 0.2^5 \times 0.8^5 \doteq 0.026$
- $P(6) = 210 \times 0.2^6 \times 0.8^4 \doteq 0.006$
- $P(7) = 120 \times 0.2^7 \times 0.8^3 \doteq 0.001$
- $P(8) = 45 \times 0.2^8 \times 0.8^2 \doteq$
- $P(9) = 10 \times 0.2^9 \times 0.8^1 \doteq$
- $P(10) = 1 \times 0.2^{10} \times 0.8^0 \doteq$

無視できる

計1.000



	コイン	不良品
n	8	10
r	P(r)	
0	0.004	0.107
1	0.031	0.268
2	0.109	0.302
3	0.219	0.201
4	0.273	0.088
5	0.219	0.026
6	0.109	0.006
7	0.031	0.001
8	0.004	0.000

n	8	10
r	0	0
P(r)	0.004	0.107

ソルバーによる最大値のr算出

n	8	10
r	4	2
P(r)	0.273	0.302

ソルバーの結果

大域解に確率収束しました。

レポート
解答

☒ ソルバーの解を保持
☐ 計算結果の値に置き

☐ ソルバー パラメーターのデフォルトに戻る ☐ アウトライン レポート

OK キャンセル シナリオの保存...

大域解に確率収束しました。
GRG エンジンでグローバル最適解が見つかる可能性があります。

ソルバーのパラメーター

目的セルの設定:(E) ①

目標値: ☒ 最大値(M) ☐ 最小値(N) ☐ 指定値:(V)

変数セルの変更:(B) ②

制約条件の対象:(U)

$\$F\$3 \leq 8$
 $\$F\$3 \geq 0$

③ $r \leq 8$
 $r \geq 0$

☒ 制約のない変数を非負数にする(K)

解決方法の選択:(E) GRG 非線形

解決方法
滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプ
レックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリュショナリー エンジンを選択してく
ださい。

ヘルプ(H) 解決(S) ④ 閉じる(O)

オプション

すべての方法 GRG 非線形 エボリュショナリー

収束:

微分係数
☐ 前方 ☒ 中央

マルチスタート
☒ マルチスタートを使用する ⑤

母集団のサイズ:

ランダム シード:

☐ 変数の上下限を必須にする

OK キャンセル

二項分布

