直~~行~~交表とは？

直行・直帰の直行とは違います

品質工学の疑問へのアプローチ

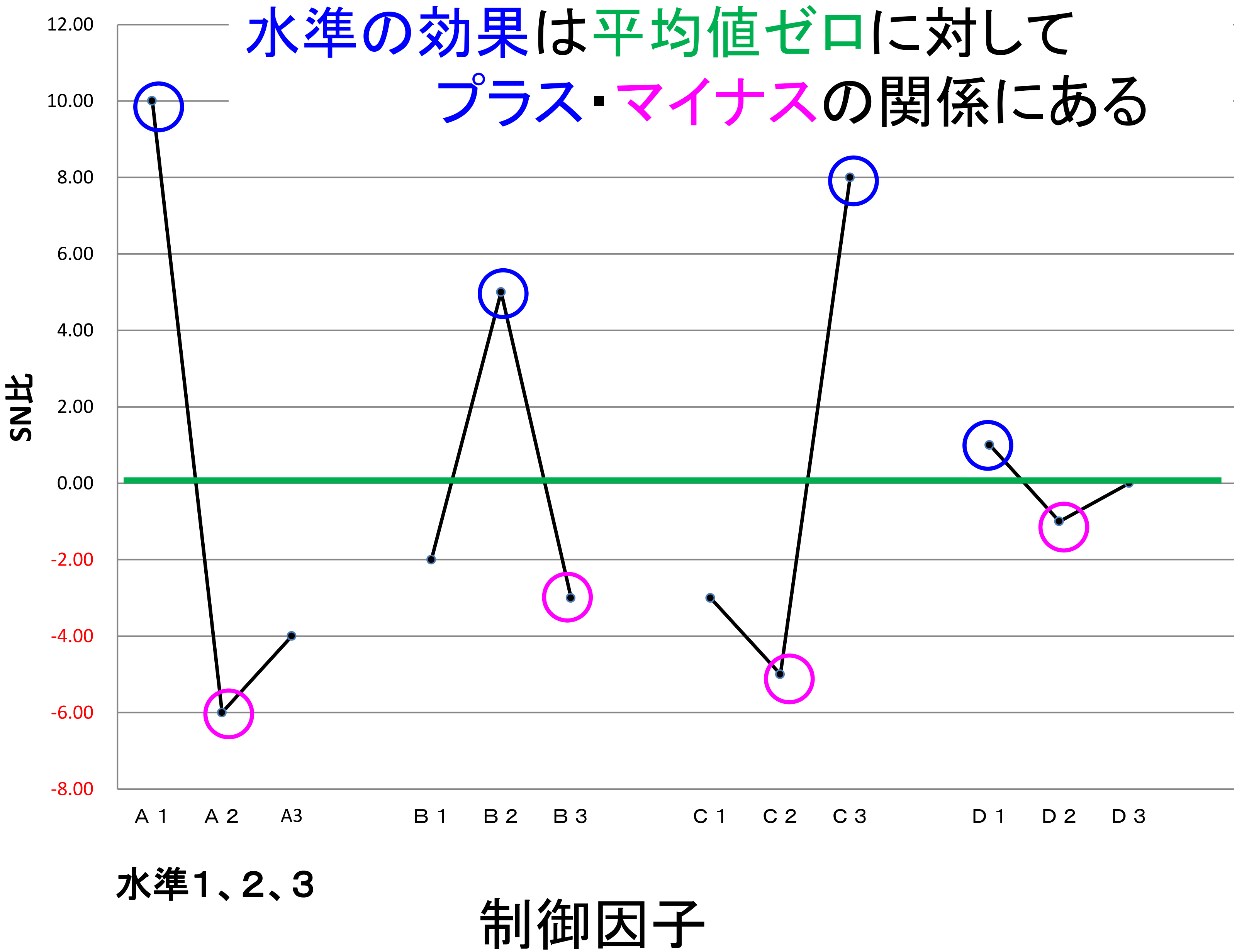
Q1　なぜ直交表から各要因の水準がSN比に与える効果の大小関係がわかるか？

Q2　直交とは？

Q3　1行の実験回数がN=1で良い理由

Q1　なぜ直交表から各要因の水準がSN比に与える効果の大小関係がわかるか？

要因効果図が以下のようになっているとします



L9直交表

直交表は注目する因子以外キャンセルされる

制御因子

	A	B	C	D	SN比
実験1	1	1	1	1	
実験2	1	2	2	2	
実験3	1	3	3	3	
実験4	2	1	2	3	
実験5	2	2	3	1	
実験6	2	3	1	2	
実験7	3	1	3	2	
実験8	3	2	1	3	
実験9	3	3	2	1	

A	B	C	D
1	1	1	1
1	2	2	2
1	3	3	3
2	1	2	3
2	2	3	1
2	3	1	2
3	1	3	2
3	2	1	3
3	3	2	1

A		B	C	D
1		1	1	1
1		2	2	2
1		3	3	3
2		1	2	3
2		2	3	1
2		3	1	2
3		1	3	2
3		2	1	3
3		3	2	1

Aに着目

	A	B	C	D
水準1	10	−2	−3	1
水準2	−6	5	−5	−1
水準3	−4	−3	8	0

$A_1B_2C_3D_1$という条件が最適条件だと仮定

	A	B	C	D	SN比
実験1	10	−2	−3	1	6
実験2	10	5	−5	−1	9
実験3	10	−3	8	0	15
実験4	−6	−2	−5	0	−13
実験5	−6	5	8	1	8
実験6	−6	−3	−3	−1	−13
実験7	−4	−2	8	−1	1
実験8	−4	5	−3	0	−2
実験9	−4	−3	−5	1	−11

A	B	C	D	SN比	
10	−2	−3	1		
10	5	−5	−1	30	A1
10	−3	8	0		
−6	−2	−5	0		
−6	5	8	1	−18	A2
−6	−3	−3	−1		
−4	−2	8	−1		
−4	5	−3	0	−12	A3
−4	−3	−5	1		

A	
10	
10	30
10	

10=30/3

A	
−6	
−6	−18
−6	

-6=-18/3

A	
−4	
−4	−12
−4	

-4=-12/3

B	C	D	SN比
−2	−3	1	
5	−5	−1	0
−3	8	0	
−2	−5	0	
5	8	1	0
−3	−3	−1	
−2	8	−1	
5	−3	0	0
−3	−5	1	

SN比は加法性が成り立つ

Bに着目

制御因子

	A	B	C	D	SN比
実験1	1	1	1	1	
実験2	1	2	2	2	
実験3	1	3	3	3	
実験4	2	1	2	3	
実験5	2	2	3	1	
実験6	2	3	1	2	
実験7	3	1	3	2	
実験8	3	2	1	3	
実験9	3	3	2	1	

	A	B	C	D
1	1	1	1	1
4	2	1	2	3
7	3	1	3	2
2	1	2	2	2
5	2	2	3	1
8	3	2	1	3
3	1	3	3	3
6	2	3	1	2
9	3	3	2	1

B	A	C	D
1	1	1	1
1	2	2	3
1	3	3	2
2	1	2	2
2	2	3	1
2	3	1	3
3	1	3	3
3	2	1	2
3	3	2	1

	A	B	C	D
水準1	10	−2	−3	1
水準2	−6	5	−5	−1
水準3	−4	−3	8	0

	A	B	C	D	SN比
実験1	10	−2	−3	1	6
実験2	10	5	−5	−1	9
実験3	10	−3	8	0	15
実験4	−6	−2	−5	0	−13
実験5	−6	5	8	1	8
実験6	−6	−3	−3	−1	−13
実験7	−4	−2	8	−1	1
実験8	−4	5	−3	0	−2
実験9	−4	−3	−5	1	−11

	A	B	C	D	SN比
1	10	−2	−3	1	
4	−6	−2	−5	0	−6
7	−4	−2	8	−1	
2	10	5	−5	−1	
5	−6	5	8	1	15
8	−4	5	−3	0	
3	10	−3	8	0	
6	−6	−3	−3	−1	−9
9	−4	−3	−5	1	

	B	SN比
	−2	
B1	−2	−6
	−2	
	5	
B2	5	15
	5	
	−3	
B3	−3	−9
	−3	

-2=-6/3

5=15/3

-3=-9/3

A	C	D	SN比
10	−3	1	
−6	−5	0	0
−4	8	−1	
10	−5	−1	
−6	8	1	0
−4	−3	0	
10	8	0	
−6	−3	−1	0
−4	−5	1	

SN比は加法性が成り立つ

Ｑ２　直交とは？

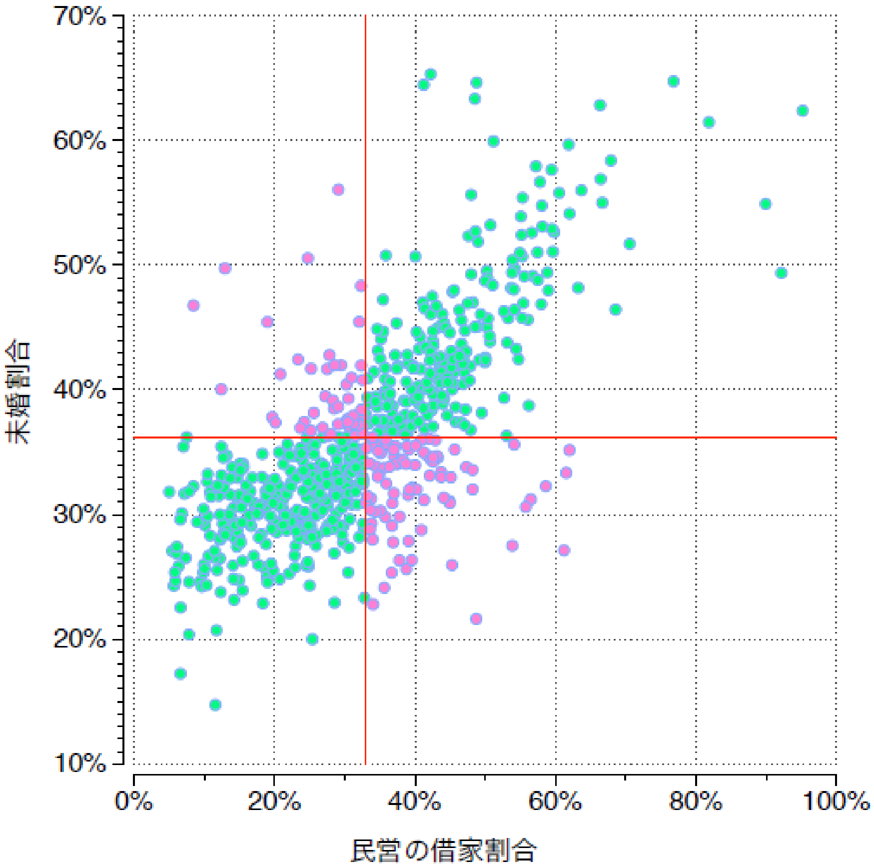
共分散

$(x_i - \bar{x})((y_j - \bar{y})$

	x 民営の借家割合	$x_i - \bar{x}$ 平均からの偏差	y 未婚割合	$y_j - \bar{y}$ 平均からの偏差	偏差の積
生麦	43.9	11.0	46.1	9.9	108.9
岸谷	31.7	-1.2	36.6	0.4	-0.5
鶴見	29.5	-3.4	42.0	5.8	-19.7
寺谷	40.5	7.6	40.3	4.1	31.2
諏訪坂	32.4	-0.5	37.9	1.6	-0.8
豊岡町	59.0	26.1	48.0	11.8	308.0
佃野町	46.6	13.8	43.7	7.5	103.5
馬場	28.4	-4.5	31.5	-4.7	21.2
北寺尾	28.7	-4.2	32.1	-4.1	17.2
獅子ケ谷	29.5	-3.4	32.0	-4.2	14.3
駒岡	35.9	3.0	32.5	-3.7	-11.1
上末吉	32.6	-0.3	33.0	-3.2	1.0
下末吉	38.6	5.7	38.0	1.8	10.3
梶山	31.0	-1.9	30.8	-5.4	10.3
江ケ崎町	18.5	-14.3	25.7	-10.5	150.2
矢向	45.3	12.4	40.0	3.8	47.1
市場上町	25.2	-7.7	36.7	0.5	-3.9
市場東中町	50.3	17.4	45.0	8.8	153.1
市場西中町	54.7	21.9	42.4	6.2	135.8
市場下町	30.0	-2.8	32.7	-3.5	9.8
市場大和町	50.2	17.4	49.5	13.3	231.4
市場富士見町	44.9	12.0	41.6	5.4	64.8
尻手	27.6	-5.2	29.2	-7.0	36.4
菅沢町	50.0	17.1	42.6	6.4	109.4
栄町通	47.3	14.4	40.6	4.4	63.4
…	…	…	…	…	…
				平均	84.3

共分散 $\sum(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})$

相関係数



$$\frac{共分散 = 84.3}{14.4 \times 8.1} = 0.723$$

14.4：横軸の標準偏差

8.1：縦軸の標準偏差

0.723：相関係数

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum (y_j - \bar{y})^2}}$$

相関係数

$-1 \leqq$ 相関係数r $\leqq 1$

相関係数 r　ベクトルX'、Y'の**内積**

$$= \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

ベクトルX'、Y'の**ノルム**
（スカラー、長さ・大きさ）

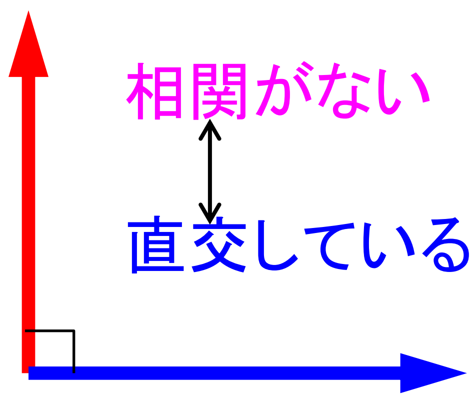
$$= \frac{X' \cdot Y'}{\|X'\|\|Y'\|}$$

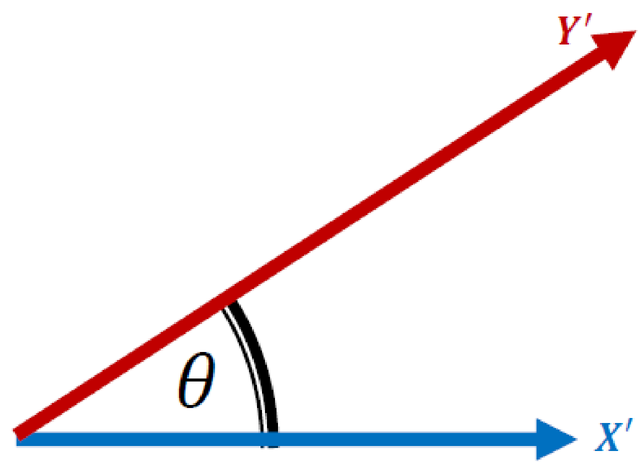
$$= \cos\theta$$

$$X' = \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x} \\ x_2 - \bar{x} \\ x_3 - \bar{x} \\ x_4 - \bar{x} \\ x_5 - \bar{x} \\ x_6 - \bar{x} \\ x_7 - \bar{x} \\ x_8 - \bar{x} \\ \vdots \\ x_{N-3} - \bar{x} \\ x_{N-3} - \bar{x} \\ x_{N-2} - \bar{x} \\ x_{N-1} - \bar{x} \\ x_N - \bar{x} \end{pmatrix} \qquad Y' = \begin{pmatrix} y_1 - \bar{y} \\ y_2 - \bar{y} \\ y_3 - \bar{y} \\ y_4 - \bar{y} \\ y_5 - \bar{y} \\ y_6 - \bar{y} \\ y_7 - \bar{y} \\ y_8 - \bar{y} \\ \vdots \\ y_{N-3} - \bar{y} \\ y_{N-3} - \bar{y} \\ y_{N-2} - \bar{y} \\ y_{N-1} - \bar{y} \\ y_N - \bar{y} \end{pmatrix}$$

θ=0°　cosθ=1　r=1

θ=90°　cosθ=0　r=0





$$相関係数 = \frac{共分散}{標準偏差1 \times 標準偏差2}$$

	制御因子				
	A	B	C	D	SN比
実験1	1	1	1	1	
実験2	1	2	2	2	
実験3	1	3	3	3	
実験4	2	1	2	3	
実験5	2	2	3	1	
実験6	2	3	1	2	
実験7	3	1	3	2	
実験8	3	2	1	3	
実験9	3	3	2	1	

	A	B	C	D
水準1	10	-2	-3	1
水準2	-6	5	-5	-1
水準3	-4	-3	8	0

	A	B	C	D
実験1	10	−2	−3	1
実験2	10	5	−5	−1
実験3	10	−3	8	0
実験4	−6	−2	−5	0
実験5	−6	5	8	1
実験6	−6	−3	−3	−1
実験7	−4	−2	8	−1
実験8	−4	5	−3	0
実験9	−4	−3	−5	1

	B×C	C×D	B×D	D×A	A×B	A×C
共分散	0	0	0	0	0	0
標準偏差1	3.6	5.7	3.6	0.8	7.1	7.1
標準偏差2	5.7	0.8	0.8	7.1	3.6	5.7
相関係数	0	0	0	0	0	0

制御因子Aの効果に着目した際に
BとC、 CとD 及び BとDの列の相関係数は何れもゼロ

⇩

B、C及びDは各々の列は互いに直交している

Q3　１行の実験回数がN=1で良い理由

例えばB列の水準1，2及び3の効果は、A～Hの因子を変えても常に6回ずつ実験の結果に組み込まれている

→　つまり6回実験してその効果を確認していることを意味する

	制御因子							
実験No.	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

	制御因子							
実験No.	A	H	G	B	F	D	E	C
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

Q3　１行の実験回数がN=1で良い理由

制御因子A～Hの水準を変えた総渡りの実験は

$2 \times 3^7 = 4{,}374$通り

↓

Ｌ18の直交表では、

１８通りの実験に省力化してはいるが、

各制御因子の水準の効果は6回ずつ確認している

しかも、他のパラメータはランダムに変わっている

↓

１８通りの実験は、Ｎ＝１でもOK