

ワイングラスが音で破壊する理由

音は空気の振動→音圧

第2項

外から加える力



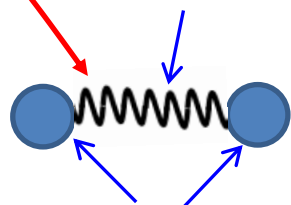
運動の方程式

$$F = m\alpha = m \frac{d^2x}{dt^2} = \boxed{-kx} + \boxed{A \cos \omega t}$$

第1項

「ばね」とみなす

結合



ガラスの成分

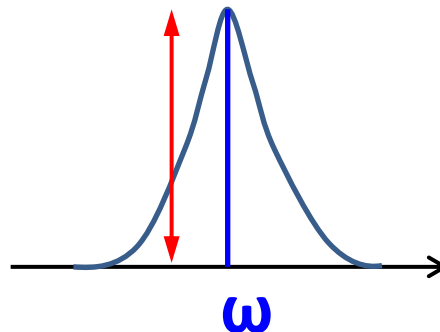
振幅 x



破壊

$$\text{固有振動数 } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$$

外から加えた力の振動数がワイングラスの固有振動数 ω に一致すると振幅が一気に増大して破壊されます



共鳴、共振

一休さんが人差し指1本で鐘を揺らす

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = \underbrace{-kx}_{\text{振動}} + \underbrace{A \cos \omega t}_{\text{一休さんがポンポンと押す力}}$$

一休さんが押さない時 第2項はゼロ

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$$

微分の場合は $x = e^{at}$

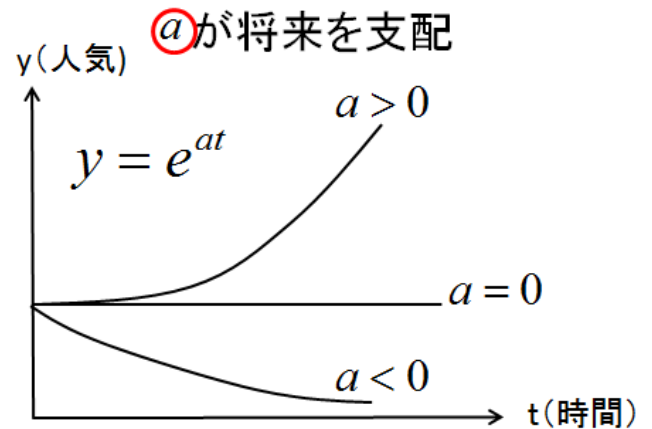
$$a^2 e^{at} = -\frac{k}{m} e^{at} \quad a^2 = -\frac{k}{m} \quad a = i \sqrt{\frac{k}{m}}$$

将来の状態 $x = e^{i \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t}$

$$= \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + i \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$$

虚数の世界は無視して、 $x = \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$

$= \omega$ (固有振動数)



固有値

← オイラーの公式

$$\cos t + i \sin t = e^{it}$$

一休さんの振動数

鐘の固有振動数

$$x = \frac{F}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega'^2} (\cos \omega' t - \cos \omega t)$$

$$\omega' = \omega + \Delta\omega \quad \text{と おいて } \Delta\omega \rightarrow 0$$

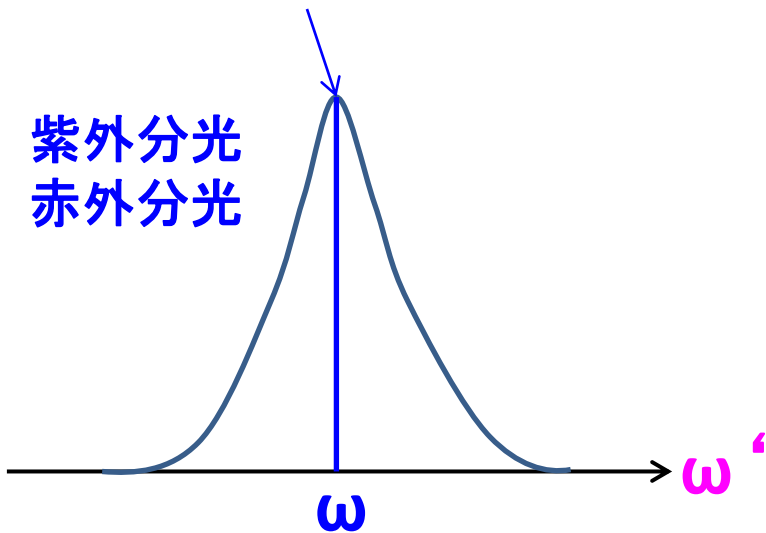
$$\lim_{\omega' \rightarrow \omega} x(t) = \frac{F}{m} \frac{\Delta\omega t}{(2\omega + \Delta\omega)(-\Delta\omega)} \frac{\cos(\omega t + \Delta\omega t) - \cos \omega t}{\Delta\omega t}$$

$$= \frac{F}{2m\omega} t \sin \omega t$$

注) 本では ω で微分すると書いてありますが、同じ意味です

$\omega = \omega'$ で共鳴する

紫外分光
赤外分光



鐘の振幅が徐々に大きくなる

